УДК 621.315.592

Динамічний тепловий транспорт в напівпровідникових субмікронних плівках

Ю.Г.Гуревич[1], Г.М.Логвінов[1], Г.Гонзалез де ла Круз[1], А.Ф.Карбало-Санчез[1], Ю.В.Дрогобицький[2], М.М.Касянчук[3]

[1]*Departamento de Fisica, CINVESTAV-IPN, Apartado Postal 14-740, Mexico 07000, D.F. Mexico. E-mail: gurevich@fis.cinvestav.mx; logvinov@fis.cinvestav.mx*

[2]*Тернопільський державний педагогічний університет ім. В.Гнатюка, вул. Кривоноса,2, 282009, Тернопіль. Тел.:(0352)-334006. E-mail: dao@tu.edu.te.ua*

[3]*Тернопільська академія народного господарства, вул. Львівська,11, 282000, Тернопіль. Тел.: (0352)-242854. E-mail: misha@ecolab.ternopil.ua*

З врахуванням енергетичної електрон-фононної взаємодії обчислені нестаціонарні температурні розподіли в електронній та фононній підсистемах квазічастинок в напівпровідниковій субмікронній плівці. Зовнішнім джерелом нерівноважності є модульоване та імпульсне лазерне випромінювання, енергія якого на поверхні плівки повністю конвертується в тепло. Показано, що при товщинах плівки, менших довжини остигання, температурні розподіли в електронному та фононному газах формуються незалежно. В невироджених напівпровідникових матеріалах при періодичних теплових збуреннях з частотами, які менші за характерну частоту зміни енергії в електронній підсистемі, динамічна електронна температура квазістаціонарна. В фононній підсистемі можливе поширення теплових хвиль. При імпульсних збуреннях нерівноважна температура формується, головним чином, в електронному газі. В обох випадках отримано характерні довжини і часи зміни електронної та фононної температур, визначено критерії високих і низьких частот модуляції, тривалих і коротких імпульсів. Розглянуто можливість детектування електронної температури в імпульсному режимі термоелектричними методами.

Ключові слова: електронна та фононна температури, теплопровідність, емпературопровідність, довжина остигання, лазерний імпульс, термо-е.р.с.

Стаття поступила до редакції 19.11.1999; прийнята до друку 26.11.1999

I. Вступ

В останні роки помітно зріс інтерес до дослідження теплових властивостей матеріалів, зокрема напівпровідників, при збудженні в них нестаціонарних теплових потоків. В експериментальних умовах ці потоки формують або з допомогою модульованих за часом неперервних енергетичних пучків, або одиничних імпульсів енергії. І в першому, і в другому випадках в якості джерела зовнішнього збудження використовується, як правило, лазерне випромінювання.

При поглинанні цього випромінювання його енергія частково витрачається на розігрів носіїв заряду і частково на генерацію електронно-діркових пар (якщо енергія кванта перевищує ширину забороненої зони). Шляхом електрон-фононної взаємодії енергетично нерівноважні носії заряду передають енергію коливанням кристалічної решітки, внаслідок чого і в підсистемі носіїв заряду, і в фононній підсистемі виникають нестаціонарні теплові потоки. Нерівноважні електрони, дифундуючи усередину зразка, рекомбінують, викликаючи виникнення вторинних теплових джерел.

В загальному випадку при таких умовах існує три енергетично нерівноважних підсистеми квазічастинок — електрони, дірки, фонони. Якщо всі характерні часи (період модуляції чи тривалість імпульсу світлового потоку, часи життя нерівноважних носіїв, час енергетичної електрон-фононної взаємодії) істотно перевищують часи встановлення температурних розподілів, то всі три підсистеми нерівноважних квазічастинок повинні описуватися своєю власною нерівноважною температурою [1].

Детектування тим чи іншим способом температурних відгуків речовини на вплив зовнішнього випромінювання дозволяє отримати обширну інформацію про різноманітні параметри речовини, і в першу чергу, про теплові, релаксаційні та оптичні. В теперішній час в режимі модульованого випромінювання найбільш поширеними методами є фототермічні, які грунтуються на вимірюванні акустичних, п'єзоелектричних, фотолюмінісцентних та інших сигналів (див., наприклад, [2]). В імпульсному режимі найбільшого поширення набули метод збудження та зондування, оптичний затвор Керра, трекова камера [3], а також термоелектричне детектування [4], [5].

Будучи досить універсальними, фототермічні безконтактні методи дозволяють з високою точністю визначати коефіцієнт теплопровідності, температуропровідність, коефіцієнт поглинання світла і т.д. Разом з тим вони малопридатні при вивченні швидкісної та надшвидкісної динаміки електронів та фононів, які привертають до себе пильну увагу в зв'язку з мікромініатюризацією напівпровідникових приладів. Причиною цього є те, що при неперервному оптичному збудженні в нерівноважний процес включаються всі релаксаційні механізми, поєднані із законами збереження енергії та імпульсу. Тому в детектованому сигналі виділити вклад окремого з них досить важко або й неможливо взагалі. Ситуація змінюється при збудженні енергетичних потоків за допомогою коротких та надкоротких імпульсів. У випадку, наприклад, коли тривалість імпульсу коротша домінуючого часу релаксації, то стаціонарні стани в напівпровіднику не виникають і перехід до рівноваги здійснюється після дії імпульсу. Температурні розподіли в цьому випадку містять затухаючі криві, з аналізу яких можна отримати інформацію про релаксаційний механізм. При наявності декількох релаксаційних механізмів, які істотно відрізняються за тривалістю, затухаючі криві мають багатоступеневий характер [5].

Добре відомо, що при температурах, вищих за *1 K*, розсіювання носіїв заряду на акустичних фононах носить квазіпружний характер. Стосовно до явища, яке ми розглядаємо, це означає, що існує характерна дифузійна довжина l_ε (довжина остигання), на якій збуджені електрони та фонони вирівнюють свою енергію [1]. В типових напівпровідниках її величина порядку 10^{-4}-10^{-2} см (конкретні значення для різноманітних матеріалів наведені в [6]). В стаціонарних теплових процесах в монополярних напівпровідниках це призводить до виникнення двох нерівноважних температур — електронної $T_e(x)$ та фононної $T_p(x)$ [1] (x — координата). В масивних напівпровідниках ($a>>l_\varepsilon$, a—довжина зразка) ця відмінність проявляється на відстанях порядку l_ε від поверхонь, які є джерелом енергетичної нерівноважності. В субмікронних плівках ($a\leq l_\varepsilon$) різниця між цими температурами має місце в кожному перерізі зразка [7].

Цілком очевидно, що і нестаціонарні теплові процеси треба розглядати з точки зору наявності двох нерівноважних температурних розподілів — електронного та фононного, кожний з яких характеризується своєю власною локальною температурою $T_e(x,t)$ та $T_p(x,t)$, де t — час. Ці температури в кожний момент часу встановлюються самоузгоджено у відповідності з тепловими крайовими умовами (КУ) (поверхневе джерело тепла) та характером електрон-фононного теплообміну (внутрішнє джерело тепла).

Знаходження та аналіз цих температурних розподілів в субмікронних напівпровідникових плівках і є метою нашої роботи .

Зрозуміло, що аналітично точно в загальному випадку задача не розв'язується. В зв'язку з цим в даній моделі ми обмежимося спрощеною моделлю. Будемо вважати плівку однорідною та ізотропною. Одна з її поверхонь ($x=a$) підтримується при постійній температурі T_0, на іншу ($x=0$) падає випромінювання, яке повністю поглинається на цій грані. Неперервні нестаціонарні збурення будемо вважати гармонічно модульованими з частотою ω, імпульси вважаємо прямокутними з тривалістю τ. Виникненням нерівноважних носіїв заряду ми нехтуємо. Це можливо у випадку поглинання світла вільними зарядами, а також при нескінченно великій швидкості поверхневої рекомбінації.

Крім того, ми вважаємо, що всі умови, необхідні для коректного визначення нерівноважних електронної та фононної температур, виконані (див. [1]).

II. Електронні та фононні теплові хвилі

Нехай на поверхню $x=0$ падає модульоване з частотою ω високочастотне електромагнітне випромінювання, яке повністю поглинається на поверхні.

При врахуванні енергетичної електрон-фононної взаємодії шукані температури електронів та фононів можуть бути визначені з такої системи рівнянь балансу енергії [8]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T_e(x,t)}{\partial x^2} - k_e^2[T_e(x,t) - T_p(x,t)] = \dfrac{1}{\alpha_e}\dfrac{\partial T_e(x,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial^2 T_p(x,t)}{\partial x^2} + k_p^2[T_e(x,t) - T_p(x,t)] = \dfrac{1}{\alpha_p}\dfrac{\partial T_p(x,t)}{\partial t}. \end{cases} \tag{1}$$

Тут $k_{e,p}^2 = P/\chi_{e,p}$; $P = k_B n \nu_\varepsilon^0$ [1] — коефіцієнт, який визначає інтенсивність електрон-фононного енергообміну, n — концентрація електронів, ν_ε^0—частота релаксації енергії при електрон-фононній взаємодії; k_B—стала Больцмана; $\alpha_{e,p} = \chi_{e,p}/(\rho c)_{e,p}$ —електронний та фононний коефіцієнти температуропровідності; $\chi_{e,p}$, $\rho_{e,p}$ и $c_{e,p}$ — відповідно коефіцієнти теплопровідності, густина і питома теплоємність електронного та фононного газів. У розрахунках ми нехтуємо температурною залежністю всіх коефіцієнтів, вважаючи, що інтенсивність поглинутого випромінювання досить мала, тому вихідна система рівнянь (1) лінійна.

Для задання КУ на поверхні $x=0$ відмітимо, що несуча частота падаючого випромінювання апріорі набагато перевищує всі характерні енергетичні частоти (максимальна з них в даній задачі — ν_ε^0 в напівпровідниках рівна 10^8-10^{10} c^{-1}, в той же час He-Ne лазер, який використовується, наприклад, в експериментальній роботі [9], генерує випромінювання з частотою порядку $5\cdot 10^{14}$ Гц), тому ні температура електронів, ні температура фононів не встигає за цим швидкозмінним збуренням. Самоусереднюючись, воно формує статичну частину теплового потоку в зразку, його ж динамічна частина, яка залежить від часу, цілком визначається модульованою складовою падаючого випромінювання [10].

Крім того, треба мати на увазі ту обставину, що електронна і фононна поверхневі теплопровідності напівпровідника, які визначають теплообмін із зовнішнім середовищем, різні. Тому КУ для кожної з цих підсистем квазічастинок повинні бути задані окремо [1].

Із всього сказаного випливає, що КУ до рівнянь (1) можна представити такою системою співвідношень:

$$\begin{cases} -\chi_{e,p}\dfrac{\partial T_{e,p}}{\partial x}\bigg|_{x=0} = Q^0_{e,p} + \Delta Q_{e,p}e^{i\omega t} \\ T_{e,p}(x,t)\big|_{x=a} = T_0. \end{cases} \quad (2)$$

У виразах (2) $Q_{e,p}$ —електронна та фононна густини теплового потоку; $Q^0_{e,p}$ і $\Delta Q_{e,p}e^{i\omega t}$ —їх статичні та динамічні складові. В нашій роботі вони виступають як феноменологічні, незалежні параметри. З фізичної точки зору величини $Q^0_{e,p}$ — це усереднені за часом повні потоки тепла $Q_{e,p}(x,t)$ на поверхні зразка, вони пропорційні інтенсивності падаючого випромінювання. Ці потоки визначають статичні складові електронної та фононної температур. Динамічні складові теплового потоку $\Delta Q_{e,p}e^{i\omega t}$ спричинені модульованою частиною випромінювання. Саме вони і породжують електронні та фононні теплові хвилі в напівпровідниках.

Температура ж не може бути використана в якості граничної умови на поверхні $x=0$, оскільки в фототермічних експериментах вона, як правило, невідома.

Не зупиняючись на викладенні формальностей розв'язку системи рівнянь (1), запишемо остаточний вигляд шуканих температур:

$$T_e(x,t) = T_0 + A(a-x) + \frac{k_e^2}{k^2}B\frac{shk(a-x)}{chka} + e^{i\omega t}\left(C_1\frac{sh\sigma_1(a-x)}{ch\sigma_1 a} + C_2\frac{sh\sigma_2(a-x)}{ch\sigma_2 a}\right); \quad (3)$$

$$T_p(x,t) = T_0 + A(a-x) - \frac{k_p^2}{k^2}B\frac{shk(a-x)}{chka} + e^{i\omega t}\left(D_1\frac{sh\sigma_1(a-x)}{ch\sigma_1 a} + D_2\frac{sh\sigma_2(a-x)}{ch\sigma_2 a}\right); \quad (4)$$

Тут

$$A = \frac{Q_e + Q_p}{\chi_e + \chi_p}; \qquad B = \frac{1}{k}\left(\frac{Q_e}{\chi_e} - \frac{Q_p}{\chi_p}\right);$$

$$C_1 = \frac{1}{\sigma_1(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}\left[\frac{\Delta Q_p}{\chi_p}k_e^2 + \frac{\Delta Q_e}{\chi_e}\left(\sigma_2^2 - \sigma_e^2\right)\right];\ C_2 = \frac{-1}{\sigma_2(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}\left[\frac{\Delta Q_p}{\chi_p}k_e^2 + \frac{\Delta Q_e}{\chi_e}\left(\sigma_1^2 - \sigma_e^2\right)\right];$$

$$D_{1,2} = -\frac{\sigma_{1,2}^2 - \sigma_e^2}{k_e^2}C_{1,2};\ \ k_{e,p}^2 = P/\chi_{e,p};\ \ k^2 = k_e^2 + k_p^2;$$

$$\sigma_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left(\sigma_e^2 + \sigma_p^2\right) \pm \frac{1}{2}\left[\left(\sigma_e^2 - \sigma_p^2\right)^2 + 4k_e^2k_p^2\right]^{1/2};\quad \sigma_{e,p}^2 = k_{e,p}^2 + \frac{i\omega}{\alpha_{e,p}}.$$

З виразів (3), (4) випливає, що скінченна за величиною енергетична взаємодія між електронною та фононною підсистемами істотно впливає на характер розподілу теплових хвиль. Дійсно, у випадку гранично слабкої взаємодії ($P\to 0$)[1] в зразку існує два незалежних температурних поля:

$$T_{e,p}(x,t) = T_0 + \frac{Q^0_{e,p}}{\chi_{e,p}}(a-x) + \frac{\Delta Q_{e,p}}{\sigma_{e,p}\chi_{e,p}}\frac{sh\left[\sigma_{e,p}(a-x)\right]}{ch\sigma_{e,p}a}e^{i\omega t}, \quad (5)$$

де $\sigma_{e,p}^2 = i\omega/\alpha_{e,p}$.

В іншому граничному випадку—необмежено сильної електрон-фононної взаємодії ($P \to \infty$) — обидва температурні розподіли вироджуються в один:

[1]) Такий випадок може бути реалізований в напівпровіднику, довжина якого *a* менша довжини остигання.

$$T_e(x,t)=T_p(x,t)=T_0+\frac{Q_e^0+Q_p^0}{\chi_e+\chi_p}(a-x)+\frac{\Delta Q_e+\Delta Q_p}{(\chi_e+\chi_p)\sigma}\frac{sh[\sigma(a-x)]}{ch\sigma a}e^{i\omega t}, \quad (6)$$

де $\sigma^2=\dfrac{i\omega}{\chi_e+\chi_p}\left(\dfrac{\chi_p}{\alpha_p}+\dfrac{\chi_e}{\alpha_e}\right)$.

Порівнюючи вирази (3), (4) з виразами (5), (6), ми бачимо, що врахування скінченної за величиною енергії електрон-фононної взаємодії приводить до подвоєння кількості теплових хвиль в кожній з підсистем квазічастинок. Це пов’язано з тим, що в даному випадку в напівпровіднику виникають взаємоузгоджені періодичні притоки і відтоки тепла з однієї підсистеми квазічастинок в іншу і навпаки, тобто кожна з цих підсистем по відношенню до іншої є внутрішнім періодичним джерелом тепла.

III. Електронні та фононні теплові хвилі при $\chi_p \gg \chi_e$

Для подальшого спрощення задачі розглянемо напівпровідники, в яких фононна теплопровідність істотно перевищує електронну ($\chi_p \gg \chi_e$). Таке співвідношення теплопровідностей характерне для багатьох невироджених напівпровідників [11]. В цьому випадку вирази (3), (4) істотно спрощуються і набувають такого вигляду:

$$T_{e,p}(x,t)=T_{e,p}^s(x)+T_{e,p}^d(x,t),$$

де $$T_{e,p}^s(x)=T_0+\frac{Q_e+Q_p}{\chi_p}(a-x)+\frac{\beta_{e,p}}{k_e}\left(\frac{Q_e}{\chi_e}-\frac{Q_p}{\chi_p}\right)\frac{shk_e(a-x)}{chk_e a} \text{ —} \quad (7)$$

електронні та фононні статичні частини температурних полів;

$$\beta_e=1,\ \beta_p=-\left(\frac{k_p}{k_e}\right)^2;$$

$$T_e^d(x,t)=e^{i\omega t}\left(F_1\frac{sh\sigma_1(a-x)}{ch\sigma_1 a}+F_2\frac{sh\sigma_2(a-x)}{ch\sigma_2 a}\right)\text{—} \quad (8)$$

динамічна складова електронної температури;

$$T_p^d(x,t)=e^{i\omega t}G\frac{sh\sigma_2(a-x)}{ch\sigma_2 a} \text{ —} \quad (9)$$

динамічна складова фононної температури.

Тут

$$\sigma_1^2=\sigma_e^2=k_e^2+\frac{i\omega}{\alpha_e};\quad \sigma_2^2=\sigma_p^2=\frac{i\omega}{\alpha_p};$$

$$F_1=\frac{1}{\sigma_e}\left(\frac{k_e^2}{\sigma_2^2-\sigma_e^2}\frac{\Delta Q_p}{\chi_p}+\frac{\Delta Q_e}{\chi_e}\right);$$

$$F_2=-\frac{k_e^2}{\sigma_2\left(\sigma_2^2-\sigma_e^2\right)}\frac{\Delta Q_p}{\chi_p};$$

$$G=\frac{1}{\sigma_2}\frac{\Delta Q_p}{\chi_p}.$$

Відмітимо, що тепер по електронній підсистемі поширюється чотири теплові хвилі, а по фононній—дві. Причиною цього є те, що при $\chi_p \gg \chi_e$ енергія в “фононному тепловому хвилеводі” практично не змінюється за рахунок притоку тепла з електронної підсистеми. І навпаки, електронний газ зазнає з боку фононного інтенсивного періодичного теплового збурення. Іншими словами, електронний газ розігрівається як поверхневими, так і об’ємними джерелами тепла, тоді як фононний — тільки поверхневими. Як наслідок, динамічна частина електронної температури залежить від параметрів електронної та фононної підсистем; динамічна частина фононної температури визначається тільки характеристиками фононного газу.

З визначень величин $\sigma_{1,2}$ випливає, що в даній задачі існує три характерних довжини:

$l_\varepsilon = k_e^{-1}$ — дифузійна довжина енергетичної електрон-фононної взаємодії (довжина остигання);

$l_e = \sqrt{\frac{2\alpha_e}{\omega}}$ — довжина електронної термодифузії;

$l_p = \sqrt{\frac{2\alpha_p}{\omega}}$ — довжина фононної термодифузії.

В загальному випадку теплова динаміка електронів характеризується довжинами l_ε та l_e. Фононна — тільки довжиною l_p. В субмікронних зразках, для яких $l_\varepsilon >> a$, ситуація інша. З визначення довжини l_ε — довжини, на якій електрони релаксують свою енергію в фононну підсистему, — випливає, що в таких зразках енергетичний електрон-фононний теплообмін відсутній. Теплові потоки по електронній та фононній підсистемах поширюються незалежно, відповідні температурні розподіли $T_{e,p}(x,t)$ характеризуються довжинами l_e та l_p.

В невироджених напівпровідниках поряд з нерівністю $\chi_p >> \chi_e$ зазвичай має місце інше співвідношення: $\alpha_e >> \alpha_p$ [12]. Тому при будь-яких частотах ω в таких матеріалах $l_e >> l_p$. Для оцінки співвідношення довжин l_ε та l_e скористаємось тим, що $l_\varepsilon \sim \sqrt{\frac{\alpha_e}{\omega_\varepsilon^0}}$ [13], де $\omega_\varepsilon^0 = 2\pi\nu_\varepsilon^0$. Тоді $l_e / l_\varepsilon \sim \sqrt{\omega_\varepsilon^0 / \omega}$. У відомих фототермічних експериментах $\omega << \omega_\varepsilon^0$, тому будемо вважати, що $l_e >> l_\varepsilon$. Таким чином, в субмікронних плівках довжина l_e є найбільшою ($l_e >> l_\varepsilon$, l_p) і завжди перевищує товщину плівки. Що стосується довжини l_p, то вона в принципі може бути в довільних співвідношеннях з товщиною a.

З врахуванням вищенаведеного легко показати, що температурні розподіли (7), (8) зводяться до таких:

$$T_e^d(x,t) = \frac{\Delta Q_e}{\chi_e}(a-x); \qquad (12)$$

$$T_p^d(x,t) = \frac{\Delta Q_p}{\chi_p}\frac{sh[\sigma_p(a-x)]}{ch(\sigma_p a)}; \qquad (13)$$

де $\sigma_p=(1+i)q_p$; $q_p = l_p^{-1}$.

Електронний динамічний температурний розподіл в субмікронних плівках — квазістатичний. Характер фононної динамічної температури залежить від співвідношення між довжиною фононної термодифузії та товщиною плівки.

При $l_p >> a$

$$T_p^d(x,t) = \frac{\Delta Q_p}{\chi_p}(a-x), \qquad (14)$$

тобто фононна динамічна температура також квазістатична.

При зворотному співвідношенні ($l_p << a$):

$$T_p^d(x,t) = T_p^{(1)} e^{i(\omega t - q_p x)} + T_p^{(2)} e^{i(\omega t + q_p x)}. \qquad (15)$$

Тут

$$T_p^{(1)} = \frac{\Delta Q_p}{\chi_p \sigma_p}\frac{e^{iq_p d}}{e^{\sigma_p d} + e^{-\sigma_p d}} e^{q_p(d+x)}; \qquad (16a)$$

$$T_p^{(2)} = \frac{\Delta Q_p}{\chi_p \sigma_p}\frac{e^{-iq_p d}}{e^{\sigma_p d} + e^{-\sigma_p d}} e^{-q_p(d+x)}; \qquad (16b)$$

Вираз (15) являє собою суперпозицію двох теплових фононних хвиль. Зрозуміло, що до реальних хвиль вони не мають ніякого відношення, оскільки отримані не з хвильового рівняння, а з дифузійного. Зовнішню ж подібність з хвильовим рухом набули завдяки специфічним крайовим умовам (2).

Легко бачити, що динамічна температура $T_p^d(x,t)$ має зсув фази Δφ по відношенню до зовнішнього періодичного збурення, який залежить від фононної температуропровідності α_p. Тому останню можна визначити, вимірюючи Δφ одним з методів, описаними в [2].

IV. Імпульсні теплові потоки у напівпровідниках

Нехай тепер на площину x=0 падає лазерний прямокутний імпульс з довільною тривалістю τ_c, енергія якого на поверхні за припущенням повністю перетворюється на тепловий потік з інтенсивністю Q_0. Як і у випадку гармонійного збурення цей потік частково розповсюджується по електронній підсистемі і частково по фононній. В межах локального температурного наближення температури електронів і фононів $T_{e,p}(x)$ можуть бути визначені із системи рівнянь (1) з наступними крайовими умовами:

$$Q_{e,p}(x,t)\Big|_{x=0} = -\kappa_{e,p}\,\frac{\partial T_{e,p}(x,t)}{\partial x}\Bigg|_{x=0} = Q_{e,p}, \tag{17a}$$

$(0 \le t \le \tau_c)$

$$\frac{\partial T_{e,p}(x,t)}{\partial x}\Bigg|_{x=0} = 0,\ (\tau_c \le t \le \infty) \tag{17b}$$

і

$$T_{e,p}(x,t)\Big|_{t\le 0} = T_0, \tag{17c}$$

$$T_{e,p}\Big|_{x=a} = T_0, \tag{17d}$$

де $Q_{e,p}(x,t)$ електронний і фононний теплові потоки, $Q_{e,p} = const$, і на поверхні x=0 описують часову форму електронного і фононного теплових потоків протягом часу τ_c (тривалість лазерного імпульсу); поверхня $x = a$ залишається при температурі навколишнього середовища T_0. В загальному випадку $Q_e \ne Q_p$.

Загальний розв'язок системи рівнянь теплопровідності для електронної і фононної системи може бути записаний наступним чином. Для $(0 \le t \le \tau_c)$,

$$\begin{aligned}
T_e(x,t) = {} & T_0 + \frac{1}{k^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}k_p^2 + \frac{Q_p}{\kappa_p}k_e^2\right)(a-x) + \frac{k_e^2}{k^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e} - \frac{Q_p}{\kappa_p}\right)\frac{\sinh[k(a-x)]}{k\cosh(ka)} + \frac{2k_e^2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e} - \frac{Q_p}{\kappa_p}\right)\times \\
& \times\sum_{n=0}^{\infty}\cos(\beta_n x)\left[\frac{\left(k^2\alpha_e + \beta_n^2\alpha_e + \lambda_{2n}\right)e^{\lambda_{1n}t} - \left(k^2\alpha_e + \beta_n^2\alpha_e + \lambda_{1n}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{(\lambda_{1n} - \lambda_{2n})\left(k^2 + \beta_n^2\right)}\right] + \frac{2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}k_p^2 + \frac{Q_p}{\kappa_p}k_e^2\right)\times \\
& \times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(\beta_n x)}{\beta_n^2}\left[\frac{\left(\beta_n^2\alpha_e + \lambda_{2n}\right)e^{\lambda_{1n}t} - \left(\beta_n^2\alpha_e + \lambda_{1n}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{\lambda_{1n} - \lambda_{2n}}\right];
\end{aligned} \tag{18a}$$

$$\begin{aligned}
T_p(x,t) = {} & T_0 + \frac{1}{k^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}k_p^2 + \frac{Q_p}{\kappa_p}k_e^2\right)(a-x) - \frac{k_p^2}{k^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e} - \frac{Q_p}{\kappa_p}\right)\frac{\sinh[k(a-x)]}{k\cosh(ka)} - \frac{2k_p^2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e} - \frac{Q_p}{\kappa_p}\right)\times \\
& \times\sum_{n=0}^{\infty}\cos(\beta_n x)\left[\frac{\left(k^2\alpha_p + \beta_n^2\alpha_p + \lambda_{2n}\right)e^{\lambda_{1n}t} - \left(k^2\alpha_p + \beta_n^2\alpha_p + \lambda_{1n}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{(\lambda_{1n} - \lambda_{2n})\left(k^2 + \beta_n^2\right)}\right] + \frac{2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}k_p^2 + \frac{Q_p}{\kappa_p}k_e^2\right)\times \\
& \times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(\beta_n x)}{\beta_n^2}\left[\frac{\left(\beta_n^2\alpha_p + \lambda_{2n}\right)e^{\lambda_{1n}t} - \left(\beta_n^2\alpha_p + \lambda_{1n}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{\lambda_{1n} - \lambda_{2n}}\right],
\end{aligned} \tag{18b}$$

де $k^2 = k_e^2 + k_p^2$ - представляє зворотну величину довжини остигання, $\alpha = \alpha_e + \alpha_p$, і $\beta_n = (2n+1)\pi/2a$, де $n = 0, 1, 2, \ldots$,

$$\lambda_{1n} = \frac{1}{2}\left(-k_e^2\alpha_e - k_p^2\alpha_p - \beta_n^2\alpha + \sqrt{\left[k_e^2\alpha_e - k_p^2\alpha_p + \beta_n^2(\alpha_e - \alpha_p)\right]^2 + 4k_e^2k_p^2\alpha_e\alpha_p}\right), \tag{19a}$$

$$\lambda_{2n} = \frac{1}{2}\left(-k_e^2\alpha_e - k_p^2\alpha_p - \beta_n^2\alpha - \sqrt{\left[k_e^2\alpha_e - k_p^2\alpha_p + \beta_n^2(\alpha_e - \alpha_p)\right]^2 + 4k_e^2k_p^2\alpha_e\alpha_p}\right). \tag{19b}$$

Електронний і фононний температурні розподіли для $\tau_c \le t \le \infty$, враховуючи неперервність температур при $t = \tau_c$, тобто $T_{e,p}(x,t)\big|_{t=\tau_c} = T_{e,p}(x,\tau_c)$, де $T_{e,p}(x,\tau_c)$ визначається (18a) і (18b) мають вигляд:

$$T_e(x,t)=T_0+\frac{2k_e^2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}-\frac{Q_p}{\kappa_p}\right)\times\sum_{n=0}^{\infty}\cos(\beta_n x)\times$$
$$\times\left[\frac{\left(k^2\alpha_e+\beta_n^2\alpha_e+\lambda_{2n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{1n}\tau}\right)e^{\lambda_{1n}t}-\left(k^2\alpha_e+\beta_n^2\alpha_e+\lambda_{1n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{2n}\tau}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{\left(\lambda_{1n}-\lambda_{2n}\right)\left(k^2+\beta_n^2\right)}\right]+ \tag{20a}$$
$$+\frac{2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}k_p^2+\frac{Q_p}{\kappa_p}k_e^2\right)\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(\beta_n x)}{\beta_n^2}\left[\frac{\left(\beta_n^2\alpha_e+\lambda_{2n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{1n}\tau}\right)e^{\lambda_{1n}t}-\left(\beta_n^2\alpha_e+\lambda_{1n}\right)\left(1-e^{+\lambda_{2n}\tau}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}}\right];$$

$$T_p(x,t)=T_0-\frac{2k_p^2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}-\frac{Q_p}{\kappa_p}\right)\times\sum_{n=0}^{\infty}\cos(\beta_n x)\times$$
$$\times\left[\frac{\left(k^2\alpha_p+\beta_n^2\alpha_p+\lambda_{2n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{1n}\tau}\right)e^{\lambda_{1n}t}-\left(k^2\alpha_p+\beta_n^2\alpha_p+\lambda_{1n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{2n}\tau}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{\left(\lambda_{1n}-\lambda_{2n}\right)\left(k^2+\beta_n^2\right)}\right]+ \tag{20b}$$
$$+\frac{2}{ak^2}\left(\frac{Q_e}{\kappa_e}k_p^2+\frac{Q_p}{\kappa_p}k_e^2\right)\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(\beta_n x)}{\beta_n^2}\left[\frac{\left(\beta_n^2\alpha_p+\lambda_{2n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{1n}\tau}\right)e^{\lambda_{1n}t}-\left(\beta_n^2\alpha_p+\lambda_{1n}\right)\left(1-e^{-\lambda_{2n}\tau}\right)e^{\lambda_{2n}t}}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}}\right].$$

Для невироджених напівпровідників $\left(\kappa_p >> \kappa_e, \alpha_e >> \alpha_p\right)$ вирази (18a)-(18b) і (20a)-(20b) суттєво спрощуються:

$$T_e(x,t)=T_0+\frac{Q_e}{\kappa_e}\frac{\sinh\left[k_e(a-x)\right]}{k_e\cosh(k_e a)}-\frac{2Q_e}{a\kappa_e}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(\beta_n x)}{k_e^2+\beta_n^2}e^{-\alpha_e\left(k_e^2+\beta_n^2\right)t}, \tag{21a}$$

$$T_p(x,t)=T_0 \qquad \text{для } 0\le t\le\tau_c \tag{21b}$$

і

$$T_e(x,t)=T_0-\frac{2Q_e}{a\kappa_e}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(\beta_n x)}{k_e^2+\beta_n^2}\left(1-e^{\alpha_e\left(k_e^2+\beta_n^2\right)\tau_c}\right)e^{-\alpha_e\left(k_e^2+\beta_n^2\right)t}, \tag{21c}$$

$$T_p(x,t)=T_0 \qquad \text{для } \tau_c\le t\le\infty \tag{22d}$$

Відмітимо, що у випадку невироджених напівпровідників розподіл фононної температури є константою і рівний температурі навколишнього середовища.

Дані вирази для $T_p(x,t)$ отримані у нульовому наближені, наступне наближення може бути отримано з виразів (18b), (20b). За допомогою безпосереднього розрахунку можна показати, що амплітуда динамічної складової фононної температурної флуктуації пропорційна до $\left(\frac{\kappa_e}{\kappa_p}\right)\exp(-\lambda_{1n}t)$, і оскільки $\frac{\kappa_e}{\kappa_p}<<1$, то ця амплітуда дуже мала порівняно із T_0. З іншого боку, характерний час релаксації енергії фононів τ_{T_p} пропорційний λ_{1n}^{-1}, тобто $\tau_{T_p}\sim\lambda_{1n}^{-1}>>1/\alpha\left(k_e^2+\beta_n^2\right)$ (час релаксації енергії електронів), що значить, що фононна система має достатньо часу для перерозподілу енергії отриманої від лазерного імпульсу у цьому наближені.

З виразу (21a) випливає, що характерним часом релаксації імпульсного теплового процесу є величина $\tau=\left[\alpha_e\left(k_e^2+\beta_n^2\right)\right]^{-1}$. В субмікронних плівках $\left(l_\varepsilon >> a\right)$ цей час зводиться до $\tau=\frac{4a^2}{\pi^2(2n+1)^2\alpha_e}$, а сама електронна температура:

$$T_e(x,t)=T_0+\frac{Q_e}{\kappa_e}(a-x)-\frac{8Q_e a}{\pi^2\kappa_e}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos\left[(2n+1)\frac{\pi x}{2a}\right]}{(2n+1)^2}e^{-(2n+1)^2\frac{\pi^2\alpha_e}{4a^2}t}, \tag{22a}$$

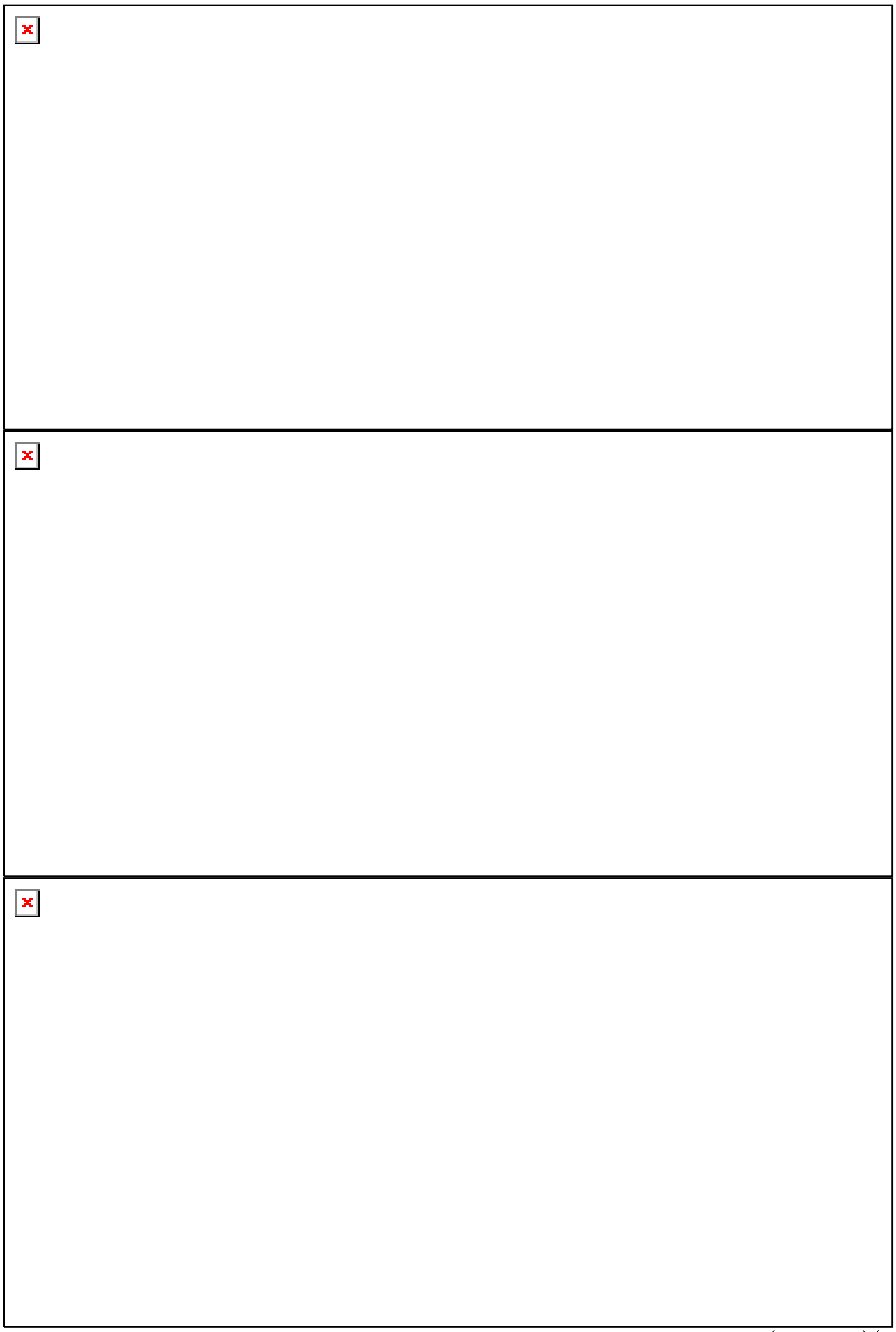

Рис.1. Часова залежність нормалізованої електронної температури $\theta = \left(k_e / Q_e a\right)\left(T_e - T_0\right)$ як функція координати у квазістатичному наближені; $k_e a << 1$ і $\tau_c >> \tau_{T_e} = a^2 / \alpha_e$ для (a) $0 < t_1 < t_2 < ... < \tau_c$, (b) $\tau_c < t_3 < t_4 < ...$, (c) координатна залежність θ як функції часу при $0 < x_1 < x_2 < ... < a$.

для $0 \le t \le \tau_c$,

$$T_e(x,t) = T_0 - \frac{8Q_e a}{\pi^2 \kappa_e} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left[(2n+1)\frac{\pi x}{2a}\right]}{(2n+1)^2} \left(1 - e^{(2n+1)^2 \frac{\pi^2 \alpha_e}{4a^2}\tau_c}\right) e^{-(2n+1)^2 \frac{\pi^2 \alpha_e}{4a^2} t} \quad (22b)$$

для $\tau_c \le t \le \infty$.

З виразів (22a) і (22b) слідує, що електронний температурний розподіл суттєво залежить від співвідношення між тривалістю імпульсу τ_c і характерним часом релаксації $\tau \sim a^2/\alpha_e$. У випадку довготривалих імпульсів $(\tau_c >> \tau)$ просторово часова теплова динаміка електронів квазістатична, і зображена на рис.1.

У випадку коротких імпульсів еволюція електронної температури зображена на рис.2.

Для фіксованого моменту часу з відрізка $0 < t \le \tau_c$, електронна температура експонеціально спадає із збільшенням відстані від поверхні, на відстані $x = \sqrt{\alpha_e t}$ температурна флуктуація затухає. Тому, початкове збільшення температури носіїв згідно до збільшення кінетичної енергії під час лазерного збурення призводить до дифузії носіїв за межі активної зони $\left(0 \le x \le x_c = \sqrt{\alpha_e \tau_c}\right)$. Тим не менше у напівпровіднику відбувається дифузія носіїв і для часу $t > \tau_c$, поки просторова неоднорідність не повернеться до рівноважного стану.

Відмітимо, що у зразку є дві області. Одна із них в інтервалі $0 < x < x_c$, де $\frac{\partial^2 T_e}{\partial x^2} < 0$, відповідає нагрітій області у напівпровіднику, тоді як холодна область $x > x_c$ описується електронною температурою, для якої $\frac{\partial^2 T_e}{\partial x^2} > 0$. В теплій області зразка електронна температура спадає у часі, що призводить до того, що потік, який втікає у малий елемент об'єму зразка менший за витікаючий тепловий потік. У холодній області тепловий потік спадає з відстанню. Нагріті носії, що знаходяться ближче до поверхні зразка $(0 < x < x_c)$ відповідають фотозбудженим електронам з надлишком кінетичної енергії отриманої від падаючого імпульсу випромінювання. Надлишок енергії переноситься за рахунок дифузії у холодну область напівпровідника $(x > x_c)$ до тих пір поки енергія електронів повністю не релаксує на поверхні зразка, або у фононну систему. На рис.2 зображено розрахований, з використанням (22) розподіл електронної температури у наближені для тонких плівок$(k_e a << 1)$ під час, та після збудження коротким тепловим імпульсом. На рис.2(а) і 2(b) показана нормалізована електронна температура, як функція координати для різних значень t, до, і після "виключення" імпульсу. На рис.2(с) ми порівнюємо часову еволюцію електронної температури для різних фіксованих значень координати у напівпровіднику. Як легко бачити, всі криві зростають під час збурення лазерним імпульсом, що нагріває електронну систему, потім носії втрачають кінетичну енергію і система повертається до теплової рівноваги. Відмітимо, що охолодження системи носіїв відбувається після того, як електронна температура досягне свого максимального значення при $t = \tau_c$ у області близькій до поверхні $(0 \le x \le x_c)$. Пік електронної температури помітно зсувається до більших часів $(t > \tau_c)$ із збільшенням відстані від поверхні зразка $(x_c \le x \le a)$. Це випливає із факту, що після імпульсного лазерного збурення теплота на поверхні передається послідовним об'ємним елементам у зразку за рахунок процесу дифузії.

Добре відомо, що просторова неоднорідність температури в замкнутому неоднорідному колі приводить до появи в ньому термо-е.р.с. Найбільш відчутно цей ефект проявляється у напівпровідниках

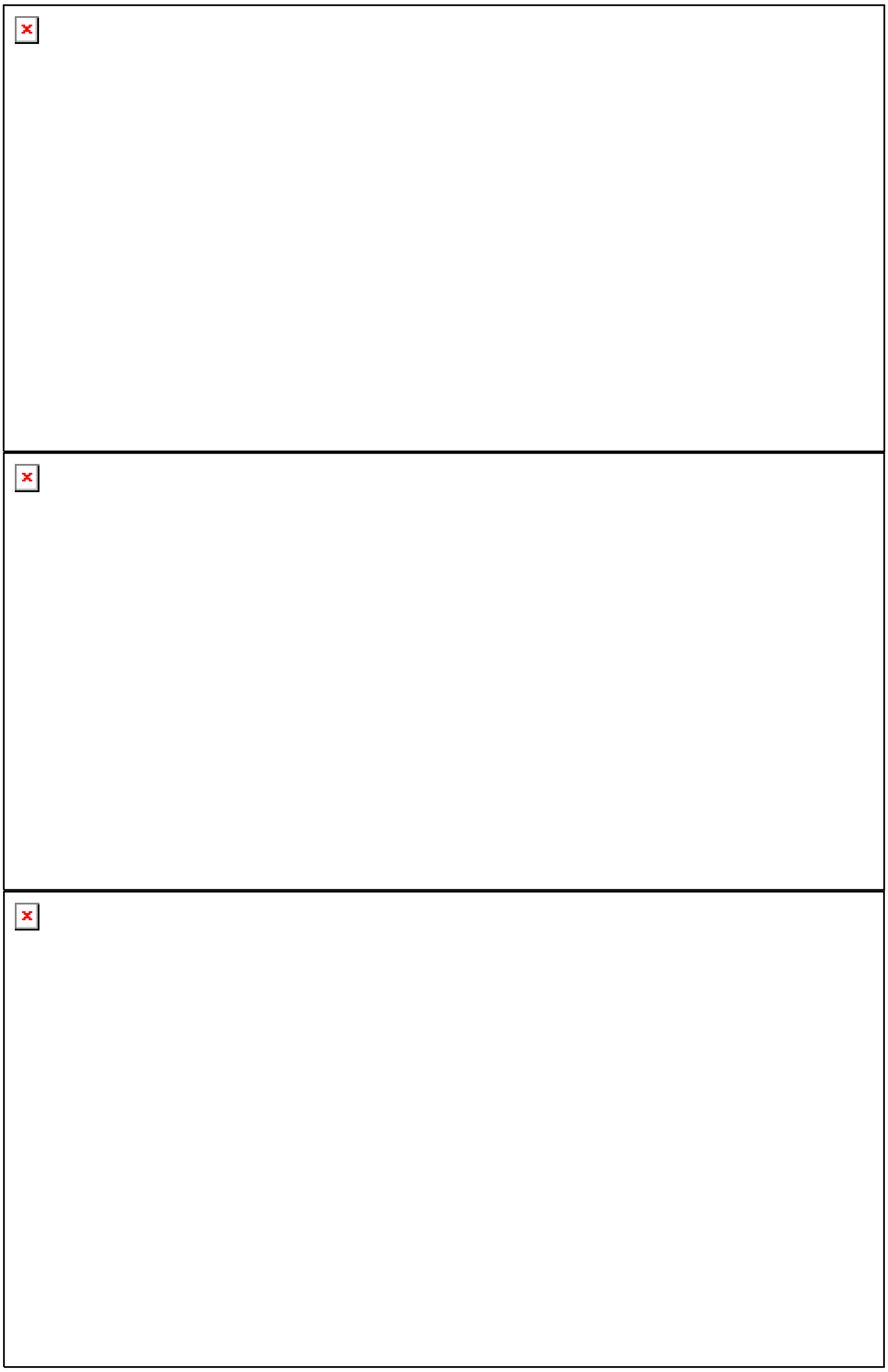

Рис.2. Часова залежність нормалізованої електронної температури $\tau_c << \tau_{T_e}$ у наближені: $k_e a << 1$ і $\tau_{T_e} = a^2 / \alpha_e$ для (a) $0 < t_1 < t_2 < ... < \tau_c$, (b) $\tau_c < t_3 < t_4 < ...$, (c) координатна залежність θ як функції часу при $0 < x_1 < x_2 < ... < a$.

через великі значення диференціального коефіцієнта термо-е.р.с. s у порівнянні з іншими провідними матеріалами та сильною залежністю хімічного потенціалу носіїв заряду від температури. В умовах розімкнутого кола термо-е.р.с., що вимірюється між торцевими поверхнями зразка,

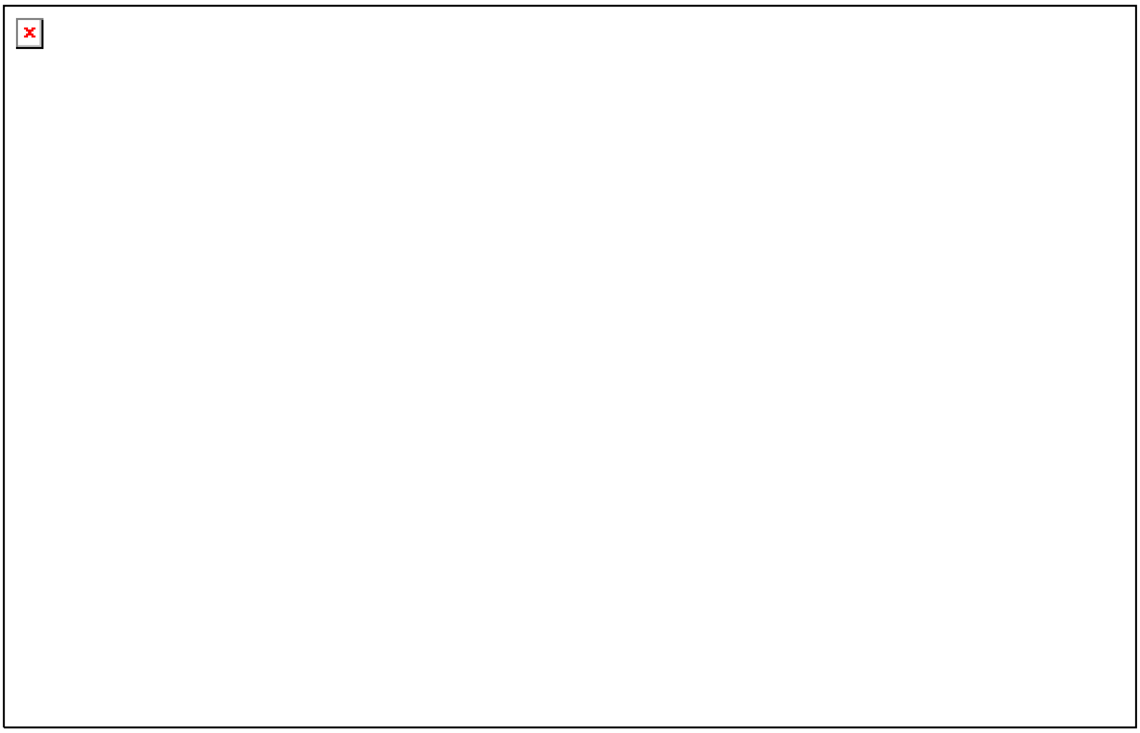

Рис. 3. Термоелектричний відгук для різних по тривалості теплових імпульсів.
τ_c : 1 - 10τ ; 2 - τ ; 3 - 0.1τ .

$$E(t) = -\int_0^a s\frac{dT(x,t)}{dx}dx = s\left[T(x=0,t) - T_0\right]. \quad (23)$$

Приймаючи до уваги початкові умови задачі, і використовуючи вирази (22a) і (22b), легко можна отримати, що

$$E(t) = s\frac{Q_0 a}{\kappa_e}\frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\exp\left(-(2k+1)^2\frac{t}{\tau}\right)}{(2k+1)^2} + \\ +\Theta(t-\tau_c)s\frac{Q_0 a}{\kappa_e}\left\{1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\exp\left(-(2k+1)^2\frac{t-\tau_c}{\tau}\right)}{(2k+1)^2}\right\} \quad (24)$$

де $\Theta(t-\tau) = \begin{cases} 0, & t \le \tau \\ 1, & t > \tau \end{cases}$ - функція Хевісайда [14].

Перенормована термо-е.р.с. $\varepsilon(t) = \frac{E(t)\kappa_e}{sQ_0 a}$ для різних співвідношень між τ_c и τ зображена на рис.3.

Характерною особливістю графіків є наявність гострих максимумів термо-е.р.с. для коротких і проміжних по тривалості імпульсів. Для довготривалих імпульсів гострі максимуми вироджуються в горизонтальне плато, що цілком узгоджується з фізичними уявленнями. При $\tau_c \gg \tau$ задачі схожі з находженням термо-е.р.с. при постійно діючому зовнішньому збуренні.

Із графіків добре видно, що збільшення тривалості імпульсів супроводжується збільшенням максимальних значень термоелектричних відгуків.

Рис. 4. Термоелектричний відгук на короткий імпульс $\left(\tau_c = 0.1\tau\right)$ при вимірюванні термо-е.р.с. між перерізами $x = x''$ і $x = a$; $\varsigma_0 = 1 + \dfrac{\left(x'' - x'\right)^2}{\alpha_e \tau_c}$.

Вимірювання часу релаксації термоелектричного відгуку і величини його максимальної амплітуди дає можливість визначення в межах одного експерименту таких важливих теплових параметрів, як коефіцієнта температуропровідності α_e і коефіцієнта електронної теплопровідності κ_e.

Як було відмічено вище, при $t > \tau_c$ у перерізі $x = 0$ температура, а разом із нею термо-е.р.с. є монотонними спадаючими функціями часу. Якщо ж термо-е.р.с. вимірювати між точками $x'' > x'$ і $x = a$, то у випадку коротких імпульсів $\left(\tau_c < \tau\right)$ на залежності термо-е.р.с. від часу з'являється максимум, координата якого визначається не моментом часу $t = \tau_c$, а співвідношенням $t = \tau_c + \dfrac{4}{\pi^2}\dfrac{\left(x'' - x'\right)^2}{\alpha_e}$ (рис. 4). Завдяки цьому виникає можливість прямого і значно більш точного (аніж у попередньому випадку) визначення величини α_e.

На завершення відмітимо, що

Врахування скінченної за величиною енергетичної електрон-фононної взаємодії веде до необхідності розгляду в субмікронних плівках двох температурних розподілів - електронного і фононного, як у випадку періодичного, так і імпульсного зовнішнього збурення.

У випадку модульованого зовнішнього випромінювання електронні температурні розподіли у невироджених плівкових напівпровідниках квазістатичні, а характер фононних розподілів залежить від співвідношення між довжиною фононної термодифузії і товщиною плівки.

Фототермічні експерименти дозволяють визначити у цьому випадку електронну і фононну температуропровідності.

При іимпульсному зовнішньому збурені у невироджених субмікронних шарах температура електронів суттєво нестаціонарна, фононна температура практично залишається рівноважною.

Характер електронного температурного розподілу суттєво залежить від співвідношення між тривалістю імпульсу і характерним часом затухання електронної температурної флуктуації.

Термоелектричні вимірювання змінного у просторі і часі імпульсного температурного відгуку дозволяє в межах одного експерименту визначити електронну теплопровідність і електронну температуропровідність.

Робота частково підтримана Consejo Nacional de Ciencia y Tecnologia (CONACYT), Mexico.

[1] Ф.Г.Басс, В.С. Бочков, Ю.Г. Гуревич. Электроны и фононы в ограниченых полупроводниках. М., Наука (1984).
[2] H.Vargas, L.C. Miranda // *Phys. Rep.*, **161(43)**, pp. 43-101, (1988).
[3] A. Othonos // *J. Appl. Phys.*, **83**, pp. 1789 (1998).
[4] M. Sasaki, M. Negishi and M. Inoue // *J. Appl. Phys.*, **59**, pp.796 (1986).
[5] V.A. Kulbachinskii, Z.M. Dashevskii, M. Inoue, M. Sasaki, M.Negishi, W.X. Gao, P.Lostak, J. Horak and A. De Visser // *Phys. Rev. B*, **52**, pp.10915 (1995).
[6] В.С. Закордонец, Г.Н. Логвинов // *ФТП*, **30(10)**, сс.1743-1744 (1996).
[7] Г.Н. Логвинов // *ФТП*, **25**, сс.1815 (1991).
[8] G. Gonzalez de la Cruz, Yu.G. Gurevich // *J. Appl. Phys.*, **80**, pp.1726 (1996).
[9] Г.І. Булах, О.В. Волчанський, І.Я. Кучеров // *УФЖ*, **40**, сс.1228 (1995).
[10] G. Gonzalez de la Cruz and Yu.G. Gurevich // *Revista Mexicana de Fisica*, **45(1)**, pp.41 (1999).
[11] Р. Смит. Полупроводники (М.: Мир, 1982). [Пер. с англ.: R.A. Smith. Semiconductors (Cambridge Univ. Press, Cambridge e.a., 1978)].
[12] A.F. Carballo Sanchez, G. Gonzalez de la Cruz, Yu.G. Gurevich, and G.N. Logvinov // *Phys. Rev. B*, **59**, pp.10630 (1999).
[13] Ю.Г. Гуревич, Г. Гонзалез де ла Круз, Г.Н. Логвинов, М.Н. Касянчук // *ФТП*, **32(11)**, сс.1325-1330 (1998).
[14] Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., Наука (1973).

Dynamic Thermal Transport in semiconductor submicron films

Yu.G. Gurevich, G.N. Logvinov, G. Gonzalez de la Cruz, A.F. Carballo Sanchez[1]; Yu.V. Drogobitskij[2], M.N.Kasyanchuk[3]

[1]*Departamento de Fisica, CINVESTAV-IPN, Apartado Postal 14-740, Mexico 07000, D.F. Mexico. E-mail: gurevich@fis.cinvestav.mx; logvinov@fis.cinvestav.mx*

[2]*Ternopil Pedagogical State University, 2, Krivonosa str., P.O. 282009, Ternopil, Ukraine. Tel.:(0352)-242854. E-mail: dao@tu.edu.te.ua*

[3]*Ternopil Academy of National Economy, 11, L'vivs'ka str., P.O. 282000, Ternopil, Ukraine. Tel.: (0352)-332026. E-mail: misha@ecolab.ternopil.ua*

Non-stationary temperature distributions in the electron and phonon subsystems of quasiparticles are calculated with taking into consideration of electron-phonon energetic interaction in the semiconductor submicron film. The external source of non-equlibrium perturbation is the modulated and pulsed laser irradiation, which energy is completely converted into heat on the surface of the film. It is shown that the temperature distributins in the electron and phonon gases are formed independently in the films with the thicknesses smaller than the cooling length. Dynamic electron temperature is quasistationary in the non-degenerated semiconductor materials under the periodic thermal perturbations with the frequencies less then characteristic frequency of energy change in the electron subsystem. The propagation of thermal waves is possible in the phonon subsystem. Under the pulse perturbation the non-equilibrium temperature is formed mainly in the electron gas. Characteristic lengths and times of changes of the electron and phonon temperatures are obtained, the criterias for the high and low modulation frequency as far as for long and short pulses are stablished in the both cases. The possibility of electron temperature detecting in the pulse regime by thermoelectric methods is examined.