

УДК 621.315.592

## Нестационарні електронна і фононна температури у невідроджених напівпровідниках субмікронних товщин

М.М.Касянчук<sup>1</sup>, І.М.Лашкевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тернопільська академія народного господарства,  
вул. Львівська, 11, 282000, Тернопіль. Тел.: (0352)-332026. E-mail: [misha@ecolab.ternopil.ua](mailto:misha@ecolab.ternopil.ua)

<sup>2</sup>Тернопільський державний педагогічний університет ім. В.Гнатюка,  
вул. Кривоноса, 2, 282009, Тернопіль. Тел.: (0352)-334006.

За допомогою системи рівнянь балансу енергії для електронної та фононної підсистем невідродженого напівпровідника субмікронної товщини при відсутності генераційно-рекомбінаційних процесів отримано нестационарні електронний та фононний динамічні температурні розподіли. Як зовнішнє джерело енергетичної нерівноважності використано модульоване лазерне випромінювання, яке в об'ємі зразка конвертується в тепло. Розглянуто ряд часткових випадків в залежності від співвідношень між характерними довжинами задачі. Обумовлено можливості визначення електронних параметрів напівпровідника (температуропровідності, об'ємної та поверхневої теплопровідностей), а також коефіцієнта поглинання світла.

**Ключові слова:** фототермічний ефект, електронна та фононна температури, термодифузія, теплопровідність, температуропровідність, коефіцієнт поглинання.

*Стаття поступила до редакції 19.11.1999; прийнята до друку 30.11.1999*

### І. Вступ

В останні роки широка область досліджень в прикладній фізиці проводиться під загальною назвою фотоакустичних або фототермічних ефектів. Методи, на яких ґрунтуються ці ефекти, характеризуються універсальністю, відносною простотою, неагресивністю, високою точністю вимірювання і т.д. Вони можуть бути використані для визначення теплових, оптичних, механічних, релаксаційних і т.п. характеристик різноманітних речовин, зокрема напівпровідників [1].

В основі всіх фототермічних методів лежить детектування на поверхнях зразка нестационарної температури, що виникає в результаті періодичного збудження в його об'ємі змінних в просторі та часі теплових потоків, які часто називають тепловими

хвилями. Переважно ці потоки виникають внаслідок поглинання енергії періодично модульованого лазерного випромінювання, яке на поверхні та в об'ємі зразка конвертується в тепло. Вимірюваний в експерименті відгук середовища (наприклад, акустичний, п'єзоелектричний [1]) дозволяє отримати інформацію про такі параметри, як теплопровідність, температуропровідність, коефіцієнт поглинання світла та багато інших.

У напівпровідниках фототермічні процеси в загальному випадку треба розглядати з точки зору наявності двох термодифузійних хвильових процесів — електронного та фононного [2], [3]. Кожний з них характеризується своєю власною температурою, відповідно  $T_e(x,t)$  та  $T_p(x,t)$ , де  $x$  — координата,  $t$  — час. Ці температури встановлюються самоузгоджено у

відповідності до характеру електрон-фононного теплообміну і теплових крайових умов (КУ).

Метою нашої роботи є теоретичне дослідження електронної та фононної термодифузії та її аналіз в субмікронних напівпровідникових плівках при об'ємному поглинанні енергії зовнішнього випромінювання. З метою спрощення задачі в рамках моделі Розенцвейга-Гершо [4], ми нехтуємо генераційно-рекомбінаційними процесами.

**II. Електронна та фононна термодифузія в невідроджених напівпровідниках субмікронних товщин**

Нехай ізотропний монополярний напівпровідник має форму паралелепіпеда. На одну з його поверхонь (x=0) падає модульоване з частотою ω лазерне випромінювання. Поверхня x=a підтримується при сталій температурі T<sub>0</sub>, бічні грані адіабатично ізольовані. Крім

того, ми вважаємо, що всі умови, необхідні для коректного визначення нерівноважних електронної та фононної температур, виконані [5].

В загальному випадку енергія зовнішнього випромінювання поглинається електронною підсистемою в усьому об'ємі зразка. При цьому густина теплових джерел в електронному газі обумовлюється законом Бугера-Ламберта [6]:

$$J(x, t) = \beta e^{-\beta x} (Q + \Delta Q e^{i\omega t}), \tag{1}$$

де β — коефіцієнт поглинання світла в напівпровіднику; Q — статична частина теплового потоку; ΔQe<sup>iωt</sup> — частина потоку, пов'язана з відхиленням від середнього значення внаслідок модуляції [2].

Таким чином, система рівнянь, яка описує енергетичний баланс в двоштемпературному наближенні при об'ємному поглинанні енергії, набуде такого вигляду:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_e(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_e} \frac{\partial T_e(x, t)}{\partial t} + k_e^2 [T_e(x, t) - T_p(x, t)] + \frac{\beta}{\chi_e} e^{-\beta x} (Q + \Delta Q e^{i\omega t}) \\ \frac{\partial^2 T_p(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial T_p(x, t)}{\partial t} - k_p^2 [T_e(x, t) - T_p(x, t)], \end{cases} \tag{2}$$

де α<sub>e,p</sub> = χ<sub>e,p</sub> / ρ<sub>e,p</sub> c<sub>e,p</sub> — електронний і фононний коефіцієнти температуропровідності;

χ<sub>e,p</sub>, ρ<sub>e,p</sub> і c<sub>e,p</sub> — відповідно електронна і фононна теплопровідності, густина та питома теплоємність електронного і фононного газів; k<sub>e,p</sub><sup>2</sup> = P / χ<sub>e,p</sub>; P — коефіцієнт, який визначає

інтенсивність електрон-фононного енергообміну [5].

КУ до (2) природно записати таким чином:

$$\begin{cases} -\chi_{e,p} \frac{\partial T_{e,p}(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \tilde{\eta}_{e,p} [T_0 - T_{e,p}(x, t)] \Big|_{x=0}, \\ T_{e,p}(x, t) \Big|_{x=a} = T_0 \end{cases} \tag{3}$$

де  $\tilde{\eta}_{e,p}$  — електронна та фононна поверхневі теплопровідності на поверхні

x=0.

Загальний розв'язок системи (2) з КУ (3) має досить громіздкий вигляд. Однак для

невироджених напівпровідників є типовим співвідношення  $\chi_e/\chi_p \sim 10^{-3} - 10^{-4}$  [7]. В нульовому наближенні по параметру  $\chi_e/\chi_p$  вирази для електронної та фононної температур значно спрощуються. У субмікронних напівпровідникових плівках,

де виконується умова  $a \ll k_e^{-1} = l_e$  (величина  $l_e$  називається довжиною остигання [5] і в типових напівпровідниках має порядок  $10^{-2} - 10^{-4}$  см [8]), електрон-фононна енергетична взаємодія неістотна [9] і вирази для електронної та фононної температур значно спрощуються:

$$T_e(x, t) = T_e^s(x) + T_e^d(x) \cdot e^{i\omega t} \quad (4)$$

де

$$T_e^s(x) = T_0 + \frac{Q}{\beta\chi_e} \left[ \frac{\beta + \eta_e}{1 + \eta_e a} (a - x) + \frac{1 + \eta_e x}{1 + \eta_e a} e^{-\beta a} - e^{-\beta x} \right] \quad (5)$$

статична частина електронної температури;

$$T_e^d(x) = \frac{\Delta Q \beta}{\chi_e (\sigma_e^2 - \beta^2)} \left[ e^{-\beta x} - \frac{(\beta + \eta_e) \text{sh} \sigma_e (a - x) + (\sigma_e \text{ch} \sigma_e x + \eta_e \text{sh} \sigma_e x) e^{-\beta a}}{\sigma_e \text{ch} \sigma_e a + \eta_e \text{sh} \sigma_e a} \right] \quad (6)$$

її динамічна складова;

$$T_p(x) = T_0; \quad (7)$$

$$\eta_e = \tilde{\eta}_e / \chi_e; \sigma_e = (1 + i) q_e; q_e = \sqrt{\omega / 2\alpha_e}.$$

Як видно з (4)-(7), нерівноважна температура електронів в межах вибраного наближення суттєво відрізняється від рівноважної. Статична частина  $T_e^s(x)$  визначається коефіцієнтом поглинання, об'ємною і поверхневою теплопровідностями. Динамічна складова  $T_e^d(x)$ , крім згаданих параметрів, залежить також від електронної температуропровідності. Температура ж фононів від рівноважної не відрізняється.

Характерними довжинами температурного розподілу є довжина

поглинання світла  $l = \beta^{-1}$  та електронна довжина термодифузії  $L = q_e^{-1}$ , причому остання залежить від частоти модуляції пропорційно  $1/\sqrt{\omega}$ .

### III. Часткові випадки

Наявність трьох незалежних довжин  $l$ ,  $L$  та  $a$  дозволяє розглянути ряд часткових випадків в залежності від співвідношень між цими довжинами. Зрозуміло, що фототермічний ефект буде тим відчутніший, чим сильніше поглинання енергії в речовині. Тому обмежимо наші міркування оптично непрозорими ( $\beta a \gg 1$ ) субмікронними плівками. Відповідно до цієї умови вирази (5), (6) наберуть такого вигляду:

$$T_e^s(x) = T_0 + \frac{Q}{\chi_e \beta} \left[ \frac{\beta + \eta_e}{1 + \eta_e a} (a - x) - e^{-\beta x} \right]; \quad (8)$$

$$T_e^d(x, t) = \frac{\Delta Q \beta}{\chi_e (\beta^2 - \sigma_e^2)} \left[ \frac{(\beta + \eta_e) \text{sh} \sigma_e (a - x)}{\sigma_e \text{ch} \sigma_e a + \eta_e \text{sh} \sigma_e a} - e^{-\beta x} \right]. \quad (9)$$

1. Термодифузійна довжина значно перевищує довжину зразка ( $L \gg a$ , зразок термічно тонкий).

Температурні розподіли (8), (9) набувають квазістатичного характеру:

$$T_e(x, t) = T_0 + \frac{1}{\beta\chi_e} \left[ \beta \frac{1 + \eta_e \beta^{-1}}{1 + \eta_e a} (a - x) - e^{-\beta x} \right] \cdot (Q + \Delta Q e^{i\omega t}). \quad (10)$$

Як видно з (10), електронна температура приблизно лінійна функція по координаті вздовж цілого зразка. Відхилення від рівноважної температури залежить від коефіцієнта поглинання світла та співвідношення між поверхневою і об'ємною теплопровідностями.

При  $\eta_e \beta^{-1} \gg 1$

$$T_e(x, t) = T_0 + \frac{Q_0 + \Delta Q e^{i\omega t}}{\beta a \chi_e} \left[ a(1 - e^{-\beta x}) - x \right]. \quad (11)$$

Якщо ж  $\eta_e a \ll 1$ , то

$$T_e(x, t) = T_0 + \frac{Q_0 + \Delta Q e^{i\omega t}}{\chi_e} (a - x). \quad (12)$$

Зрозуміло, що нерівноважна температура (11) менша за температуру (12). Фізично це пояснюється тим, що в першому випадку більша величина поверхневої теплопровідності  $\tilde{\eta}_e$  (квазіізотермічна гранична умова). Значна частина тепла виходить із зразка в порівнянні з квазіадиабатичним тепловим контактом ( $\eta_e a \ll 1$ ). Відмітимо, що в обох розглянутих випадках температурний розподіл в електронній підсистемі не залежить від властивостей поверхні зразка.

Коли величина  $\eta_e a$  набуває проміжних значень ( $1 \ll \eta_e a \ll \beta a$ ), то електронна темпе-

ратура матиме такий вигляд:

$$T_e(x, t) = T_0 + \frac{Q + \Delta Q e^{i\omega t}}{\tilde{\eta}_e} \left[ 1 - \frac{x}{a} \right]. \quad (13)$$

Температурний розподіл (13) не залежить від об'ємних характеристик зразка. Фототермічні експерименти в цьому випадку дозволяють визначити величину поверхневої теплопровідності  $\tilde{\eta}_e$ .

2. Довжина зразка значно перевищує термодифузійну довжину ( $a \gg L$ , термічно масивний зразок).

Згідно з цією умовою динамічна частина електронної температури модифікується:

$$T_e^d(x) = \frac{\beta \Delta Q}{\chi_e (\beta^2 - 2iq_e^2)} \left[ \frac{\eta_e + \beta}{\eta_e + (1+i)q_e} e^{-(1+i)q_e x} - e^{-\beta x} \right]. \quad (14)$$

Температура (14) визначається співвідношенням між температуропровідністю, об'ємною і поверхневою теплопровідностями та коефіцієнтом поглинання світла. Експериментальні вимірювання амплітуди і фази цього температурного розподілу при відомих двох параметрах дають можливість визначити два інші.

2.1. При  $l \gg L$  з (14) будемо мати:

$$T_e^d(x) = \frac{2\beta \Delta Q}{3n\omega} e^{-\beta x} e^{-i\pi/2}. \quad (15)$$

Динамічна температура в цьому випадку

квазістатична, однак температурні осциляції зсунуті за фазою на  $\frac{\pi}{2}$  по відношенню до падаючого випромінювання. Амплітуда температурного коливання не залежить від теплових параметрів і зменшується із збільшенням концентрації електронів та частоти модуляції  $\omega$ .

2.2. Якщо ж  $l \ll L$ , то

$$T_e^d(x) = \frac{\Delta Q}{\chi_e \beta} \frac{\eta_e + \beta}{\eta_e + (1+i)q_e} e^{-(1+i)q_e x}. \quad (16)$$

Динамічна температура (16) описується виразом, подібним до хвильового, тобто

коливання зсунуті по фазі в різних перерізах. На відміну від попереднього випадку, амплітуда та фаза температурного розподілу залежать від теплових параметрів і затухання більш інтенсивне із збільшенням частоти модуляції.

Якщо виконується умова  $\eta_e \gg q_e$ , то

$$T_e^d(x) = \frac{\Delta Q}{\chi_e \beta} \left( 1 + \frac{\beta}{\eta_e} \right) e^{-(1+i)q_e x} \quad (17)$$

і осциляції на поверхні  $x=0$  знаходяться в фазі з осциляціями падаючого випромінювання.

Коли ж  $\eta_e \ll q_e$ , то

$$T_e^d(x) = \frac{\Delta Q}{\sqrt{2}\chi_e q_e} e^{-q_e x} e^{-i(q_e x + \pi/4)}, \quad (18)$$

тобто фаза набуває додаткового постійного приросту. Досліджуючи амплітуду температури (18) на поверхні  $x=0$ , можна отримати вираз для визначення електронної температуропровідності:

$$\alpha_e = \frac{|T_e^d(0)|^2 \chi_e^2 \omega}{\Delta Q^2}. \quad (19)$$

На завершення автори хочуть висловити щиру вдячність професорам Ю.Г.Гуревичу та Г.М.Логвінову за корисне обговорення поставленої задачі та одержаних результатів.

#### IV. Висновки

Здійснено теоретичний аналіз фототермічного ефекту у невідроджених напівпровідниках субмікронної товщини. Використовуючи адекватні до експерименту крайові умови, отримано електронний та фононний температурні розподіли в зразку. Показано, що характер поширення теплових хвиль змінюється в залежності від співвідношення між довжиною зразка, довжиною поглинання світла та термодифузійною довжиною електронної підсистеми. Проаналізовано в різних часткових випадках можливість визначення електронних параметрів зразка та коефіцієнта поглинання світла.

- [1] H. Vargas and L.C.M. Miranda. Photoacoustic and related photothermal techniques // *Phys. Rep.* **161(2)**, pp. 43-101 (1988).
- [2] G.Gonzalez de la Cruz, Yu.G.Gurevich. Electron and phonon thermal waves in semiconductors: an application to photothermal effects // *J.Appl.Phys.* **80**, pp.1726 (1996).
- [3] Ю.Г.Гуревич, Г.Гонзалез де ла Круз, Г.Н.Логвинов, М.Н.Касянчук. Влияние электрон-фононного энергообмена на распространение тепловых волн в полупроводниках // *ФТП*, **32(11)**, сс.1325-1330 (1998).
- [4] A. Rosenzweig, A. Gersho. Theory of the photoacoustic effect with solids // *J. Appl. Phys.* **47(1)**, pp.64-69 (1976).
- [5] Ф.Г.Басс, В.С. Бочков, Ю.Г. Гуревич. *Электроны и фононы в ограниченных полупроводниках*. М. Наука (1984).
- [6] *Физика твердого тела. Энциклопедический словарь*. Под ред. В.Г.Барьяхтара. Киев. Наукова думка (1996).
- [7] Р.Смит. *Полупроводники*. М.Мир (1982). (R.A.Smith. Semiconductors. Cambridge University Press. Cambridge. London — New York — Melbourne (1978)).
- [8] В.С.Закордонец, Г.Н.Логвинов. Термоэлектрическая добротность монополярных полупроводников ограниченных размеров // *ФТП*, **30(10)**, сс. 1743-1744 (1996).
- [9] Г.Н.Логвинов. Электронная температура в неоднородно нагретом полупроводниковом субмикронном слое // *ФТП*, **25(10)**, сс.1815-1818 (1991).

## **Non-stationary electron and phonon temperatures in nondegenerate semiconductors of submicron length**

M.N.Kasyanchuk<sup>1</sup>, I.M. Lashkevich<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Ternopil Academy of National Economy, 11, L'vivs'ka str., P.O. 282000, Ternopil, Ukraine. Tel.: (0352)-332026. E-mail: [misha@ecolab.ternopil.ua](mailto:misha@ecolab.ternopil.ua)*

<sup>2</sup>*Ternopil Pedagogical State University, 2, Krivonosa str., P.O. 282009, Ternopil, Ukraine. Tel.:(0352)-334006.*

Non-stationary electron and phonon dynamic temperature distributions is obtained with the system of energy balance equations for electron and phonon subsystems of nondegenerate semiconductors of submicron length when the generation and recombination processes are absent. The modulated laser beam of radiation converted into heat in the bulk of the sample is in the role of an external energy source. It is considered the series of partial cases in correspondence to relationships between the characteristic lengths of the problem. It is analysed the possibilities of determining both the electron parameters of semiconductors (diffusivity, the bulk and surface heat conductivity) and the light absorption coefficient.