

В.І. Цоцко<sup>1</sup>, Б.Г. Пелешенко<sup>1</sup>, І.Й. Перкатюк<sup>2</sup>

## Метод аналізу швидкості кристалізації розплаву у приповерхневому шарі ливарного виробу

<sup>1</sup>Дніпропетровський державний аграрний університет, вул. Ворошилова, 25, Дніпропетровськ, 49600, Україна

<sup>2</sup>Прикарпатський університет ім. Василя Стефаника, вул. Шевченка, 57, Івано-Франківськ, 76000,  
Україна, E-mail: [dsaupelsh@mail.ru](mailto:dsaupelsh@mail.ru)

Запропонована методика розрахунку швидкості кристалізації, а відповідно, руху зони фазового переходу системи "рідина – тверда фаза", що забезпечує ефективний спосіб приповерхневого легування ливарного виробу.

**Ключові слова:** розплав, градієнт температури, кристалізація, тверда фаза.

Стаття постуила до редакції 07.07.2008; прийнята до друку 15.12.2008.

### Вступ

Процес кристалізації супроводжується зміною внутрішньої енергії розплаву при переході від однієї фази до іншої і є однією із характеристик процесу формування структури виливку. Внутрішню енергію процесу кристалізації доцільно використати для легування поверхні виливку, нанісши на стінку виливниці шар легуючого елементу. Проведені експерименти з поверхневого легування внутрішніх отворів деталі виливку вуглецем та бором [1] показали технологічну можливість поєднання поверхневого легування виливку з його кристалізацією. Однак цей суміщений процес дуже чутливий до швидкості охолодження (кристалізації) в зоні контакту ливарного стержня, з нанесеним на нього шаром легуючого елементу, та розплавленого металу.

### I. Постановка задачі дослідження

Опираючись на експерименти роботи [1], в основу аналітичної оцінки визначення швидкості процесу кристалізації у приповерхневій зоні виливку було покладено циліндричну форму поверхні, діаметр ливарного стержня та температурний градієнт охолодження. Поскілки поверхня отвору є циліндричною, то зручно користуватись саме циліндричними координатами. Припускаючи однорідність температурного поля по кутовій і осьовій координатах, достатньо обмежитись лише радіальною складовою оператора Лапласа в рівнянні теплопровідності, в якому температура  $T$  буде функцією лише відстані від осі ливарного стержня уздовж його радіуса –  $r$  та часу –  $t$  [2].

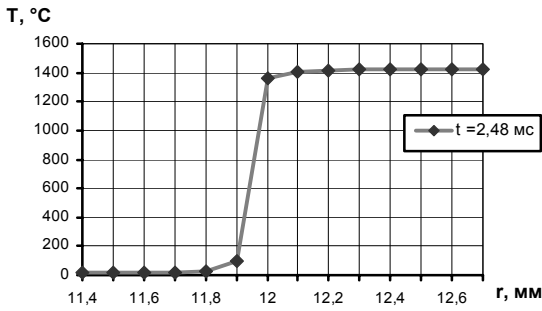
Температура розплаву, що заливається у форму  $T_p$ , температура ливарного стержня в момент заливки  $T_c$  та температура кристалізації розплаву  $T^*$  є заданими і становлять відповідно 1420°C, 20°C та 1360°C.

### II. Базові засади методики розрахунку

В процесі охолодження і кристалізації розплаву розподіл температури в ливарному стержні буде змінюватись, але, внаслідок радіальної симетрії системи, градієнт температури на осі стержня весь час буде дорівнювати нулю. Температура розплаву в формі також змінюється за рахунок передачі енергії в ливарний стержень та крізь ливарну форму в оточуюче середовище. Серцевина виливка завжди матиме температуру вищу від поверхневих шарів. Тому для серцевиного шару отвору з певною радіальною координатою  $r = r^{\wedge}$  градієнт температури повинен змінювати знак – тобто приймати нульове значення. Вважається, що область нульового градієнта розплаву  $r = r^{\wedge}$  знаходиться посередині поверхні отвору, в крайньому разі дана умова виконується під час кристалізації поверхневого шару отвору.

На поверхні контакту ливарного стержня з розплавом повинна виконуватись умова збереження теплових потоків.

Кристалізація розплаву, що вступив в тепловий контакт з ливарним стержнем, починається не зразу, а через деякий час  $t_0$ , упродовж якого розплав на поверхні контакту  $r = r_0$ , де  $r_0$  – радіус ливарного стержня ( $r_0 = 12$  мм), охолонуть до температури кристалізації. Чисельним методом був розрахований час  $t_0$  досягнення температури кристалізації на межі



**Рис. 1.** Розподіл температури поблизу межі ливарного стрижня з розплавом в момент  $t_0 = 2,48$  мс.

ливарного стрижня з розплавом:  $t_0 = 2,48$  мс. Розподіл температури по найближчим розрахунковим точкам біля вказаної межі  $r = r_0$  приведене на рис. 1.

Після досягнення температури кристалізації на поверхні контакту ливарного стрижня з розплавом починається утворення нової твердої фази. Зміна температури в системі ливарний стрижень – тверда фаза – рідка фаза описується рівняннями [4]:

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial T_0}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_0}{\partial r}, \quad 0 < r < r_0; \quad (1)$$

$$\frac{1}{a_1^2} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r}, \quad r_0 < r < r^*; \quad (2)$$

$$\frac{1}{a_2^2} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad r^* < r < r^{\wedge}; \quad (3)$$

де  $T_0(r,t)$ ,  $T_1(r,t)$ ,  $T_2(r,t)$  – температури в стрижні, твердому та рідкому розплаві,  $a_0^2$ ,  $a_1^2$  та  $a_2^2$  – відповідні коефіцієнти теплопровідності;  $r^* = \xi(t)$  – радіальна координата точок фронту кристалізації в момент часу  $t$ .

Граничні умови задачі фіксуються співвідношеннями

$$\left. \frac{\partial T_0}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=r^{\wedge}} = 0; \quad k_0 \left. \frac{\partial T_0}{\partial r} \right|_{r=r_0} = k_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=r_0};$$

$$k_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=r^*} - k_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=r^*} = \lambda \rho \frac{dr^*}{dt};$$

де  $k_0$ ,  $k_1$  та  $k_2$  – коефіцієнти теплопровідності ливарного стрижня твердого та рідкого розплаву відповідно;  $\lambda$  – питома теплота кристалізації;  $\rho = \rho_l$  – густина твердої фази при температурі кристалізації.

### III. Рішення задачі та обговорення результатів дослідження

Початковий розподіл температури в системі задається відповідно з даними рис. 1.

Розв'язання поставленої задачі проводилось методом скінчених різниць за неявною схемою обчислень [4, с. 561].

Неявні схеми для рівняння теплопровідності приводять до системи алгебраїчних рівнянь для значень невідомої функції  $T_{ij+1}$  на новому (після вихідного  $t = t_j$ ) часовому шарі  $t = t_{j+1}$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ )

[4, с. 590] виду:

$$A_i T_{i-1} - C_i T_i + B_i T_{i+1} + D_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

( $0 < i < 120$  – для температури ливарного стрижня,  $120 < i < 170$  – для температури твердого та рідкого розплаву) з виразами для різницевих коефіцієнтів рівнянь (1)-(3)

$$A_i = a^2 \frac{\tau}{h^2}, \quad B_i = a^2 \frac{\tau}{h^2} \left(1 + \frac{1}{i}\right), \quad C_i = a^2 \frac{\tau}{h^2} \left(2 + \frac{1}{i}\right) + 1, \\ D_i = T_{ij}$$

де  $a^2$  – відповідний коефіцієнт теплопровідності,  $\tau$  – часовий крок обчислень (значення коефіцієнта  $D_i$  в кожному новому часовому кроці замінюється попередніми значеннями температури в розрахункових вузлах).

Згідно з граничними умовами при  $r = r_0$  та  $r = r^{\wedge}$

$$A_{r_0} = k_0, \quad B_{r_0} = k_1, \quad C_{r_0} = k_0 + k_1, \quad D_{r_0} = 0;$$

$$A_{r^{\wedge}} = k_1, \quad B_{r^{\wedge}} = k_2, \quad C_{r^{\wedge}} = k_1 + k_2, \quad D_{r^{\wedge}} = \lambda \rho \frac{h^2}{\tau}.$$

Обчислення температурного поля системи (4) проводилося методом прогонки [4, с. 591-592]. В якості опорної температури, що задає розрахунок всіх інших температур у вузлах, була вибрана температура на осі ливарного стрижня. В цьому випадку рішення системи (4) шукають у вигляді (обернена прогонка):

$$u_{i+1} = \alpha_{i+1} u_i + \beta_{i+1}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (5)$$

де коефіцієнти  $\alpha_{i+1}$  та  $\beta_{i+1}$  визначаються за рекурентними формулами

$$\alpha_i = \frac{A_i}{C_i - B_i \alpha_{i+1}}, \quad \beta_i = \frac{B_i \beta_{i+1} + D_i}{C_i - A_i \alpha_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1.$$

З граничної умови для  $r = r^{\wedge}$  визначались  $\alpha_N = 1$  і  $\beta_N = 0$ , а потім послідовно знаходились всі інші коефіцієнти  $\alpha_i$  і  $\beta_i$  системи (5). З початкових умов температура на осі стрижня відома, і за її значенням розраховуються температури у наступних вузлах – від  $i$  до  $i+1$ . В подальшому часовому шарі, відповідно до граничної умови на осі ливарного стрижня, опорну температуру переорієнтували на значення температури в найближчому розрахунковому вузлі, тим самим відбувалась перебудова температурного градієнта на нульове значення і вирішувалась невизначеність температури на осі.

Змінюючи часовий крок  $\tau$ , так щоб розрахункова температура в кожному наступному вузлі досягала температури кристалізації  $T^* = 1360^\circ\text{C}$ , визначалось переміщення фронту тверднення.

Крок радіальної координати  $h$  вибирався достатньо малим в порівнянні з  $r_0$  (12 мм) і  $r^{\wedge}$  (17 мм) –  $h = 0,1$  мм. Чисельні значення коефіцієнтів  $k_0 = 0,33$  Вт/(м·К),  $k_1 = 26$  Вт/(м·К),  $k_2 = 9$  Вт/(м·К),  $\lambda = 270 \cdot 10^3$  Дж/кг,  $\rho = 7,3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, а також розрахункові величини  $a_0^2 = k_0 / (c_0 \rho_0) = 0,265 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $a_1^2 = k_1 / (c_1 \rho_1) = 5,24 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $a_2^2 = k_2 / (c_2 \rho_2) = 1,56 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с визначались за даними [4, с. 149, 156, 167, 169], [5, с. 267], [6, с. 384], [7, с. 6], [8, с. 86, 87].

Залежність переміщення фронту кристалізації  $\Delta r^* = r^* - r_0$  від часу  $t$ , відрахованого з моменту досягнення температури кристалізації на межі

ливарного стрижня та розплаву, приведена на рис. 2.

Лінійна залежність між переміщенням фронту та часом в логарифмічних координатах (коефіцієнт кореляції понад 0,997) підтверджує існування лінійної кореляційної залежності між  $\ln(\Delta r^*)$  та  $\ln(t)$ . Вирівнювання даних чисельного експерименту за показниковою кривою методом найменших квадратів дає наступну емпіричну формулу, яка зв'язує  $\Delta r^*$  і  $t$ :

$$\Delta r^* = \alpha \cdot t^\beta \quad (6)$$

(при розмірності  $[\Delta r^*] = \text{мм}$  та  $[t] = \text{с}$ ,  $\alpha = 0,149$  і  $\beta = 0,623$ ).

Відмінність величини  $\beta$  від значення  $\beta = \frac{1}{2}$  [4, с. 255, 263] зумовлено порушенням однорідності

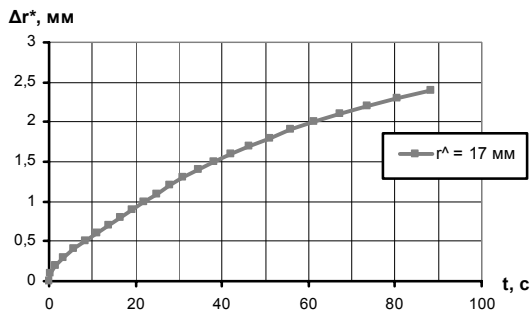


Рис. 2. Залежність переміщення фронту кристалізації  $\Delta r^*$  від часу  $t$ .

граничних умов порівняно з напівнескінченною моделлю і некоректністю застосування методу подібності до вирішення поставленої задачі. Відхилення показника ступеня  $\beta$  в формулі (6) від значення  $\frac{1}{2}$  можна трактувати як зміну з часом сталої  $\alpha$  в законі руху кристалізаційного фронту при  $\beta = \frac{1}{2}$ .

$$\Delta r^* = \alpha(t) \cdot t^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

що підтверджується стабілізацією параметра  $\alpha \approx 0,25$  в рівнянні (7) при достатньому віддаленні фронту кристалізації від поверхні виливка, коли температура в зоні нульового градієнта ( $r = r^*$ ) практично не змінюється, наближаючись до температури кристалізації розплаву.

Швидкість кристалізації, розрахована за даними графіка на рис. 2 має перехідний характер на початку процесу (<6 с), коли вона різко спадає з 0,24 мм/с до 0,04 мм/с. В наступний період часу (6-24 с) швидкість стабілізується поблизу 0,036-0,037 мм/с, і в подальшому плавно знижується до 0,01-0,02 мм/с.

## Висновки

Одержані параметри визначення швидкості охолодження приповерхневого шару дозволять оцінити час його перебування в рідкому стані і, як наслідок, передбачити ефективність суміщення поверхневого легування з процесом кристалізації і розрахувати при цьому глибину насичення легуючим елементом приповерхневого шару.

**Цоцко В.К.** – старший викладач кафедри фізики та матеріалознавства;

**Пелешенко Б.Г.** – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач відділом динамічної металофізики;

**Перкатуєк І.Й.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики.

- [1] V.I. Tsotsko, A.I. Burya, V.I. Shemavnev, G.M. Vorobyev, Application of casting surface alloying for hardening surface of track pin holes // 2nd international Conference "Research and Development in Mechanical Industry" RaDMI 2002, 01-04 September 2002, Vrnjačka Banja, Yugoslavia, V. 2, 1100 (2002).
- [2] Б.М. Лепинских, А.В. Кайбичев, Ю.А. Савельев. Диффузия элементов в жидких металлах группы железа. Наука, М. 192 с.(1974).
- [3] Б.С. Бокштейн. Диффузия в металлах. Металлургия, М. 248 с. (1978).
- [4] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. Наука, М. 736 с. (1972).
- [5] Енохович А.С. Справочник по физике. Просвещение, М. 415 с. 1978.
- [6] Лившиц Б. Г. Физические свойства металлов и сплавов. Машгиз, М. 352 с. (1956).
- [7] Материалы в машиностроении. Справочник в пяти томах. / Под общ. ред. И.В. Кудрявцева. Т. 3. Специальные стали и сплавы. Под ред. Ф. Ф. Химушина. Машиностроение, М. 448 с. (1968).
- [8] Разливка черных металлов. Справочн. изд. / Н.Н. Власов, В.В. Король, В.С. Радя. Металлургия, М. 272 с. (1987).

V.I. Tsotsko<sup>1</sup>, B.I. Peleshenko<sup>1</sup>, I.Yo. Perkatyuk<sup>2</sup>

## The Method of Analysis of Melt Solidification Rate in Surface Layer of Foundry Product

<sup>1</sup>Dnepropetrovsk State Agrarian University, Voroshylova Str., Dnipropetrovsk, 49600, Ukraine

<sup>2</sup>Prekarpathion University named after V. Stefanyk, 57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine

The calculation method of solidification rate is proposed, i.e. the motion of phase transition zone of "liquid-solid phase" system. This method provide the effective way of surface alloying of foundry product.