

Л.В. Базюк, Г.О. Сіренко

## Теплофізичні властивості металів та сплавів: 2. Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури та радіусу атомів

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна, e-mail: [sirenkog@rambler.ru](mailto:sirenkog@rambler.ru)

За літературними даними вивчено, проаналізовано методами кореляційної та регресійної аналізи та обґрунтовані залежності коефіцієнта теплопровідності від температури, порядкового номера та радіусу атома металів. Показано, що зі збільшенням температури для більшості металів та сплавів коефіцієнт теплопровідності зменшується. Встановлено, що між коефіцієнтом теплопровідності і радіусом атомів металів та їх порядковим номером у Періодичній системі первнів існує нелінійний зв'язок.

**Ключові слова:** метали, сплави, коефіцієнт теплопровідності, теплофізичні властивості, радіус атома металів, кореляційна аналіза, регресійна аналіза.

Стаття поступила до редакції 07.07.2011; прийнята до друку 15.09.2011.

### Вступ

Відомо [1–28], що коефіцієнт теплопровідності ( $\lambda$ ) залежить від температури ( $T$ ), але відсутні: ретельний аналіз цієї залежності для металів та сплавів, не приведені апроксимаційні функції, що описують ці залежності та не виявлений кореляційний зв'язок між коефіцієнтом теплопровідності та температурою, порядковим номером і радіусом атома первня Періодичної таблиці.

**Метою роботи** є дослідження залежності коефіцієнта теплопровідності від температури, радіусу та порядкового номера атомів металів Періодичної системи первнів і сплавів та пошуку кореляційних зв'язків і апроксимаційних математичних моделей між цими характеристиками.

### I. Експериментальна частина

Для аналізу використані табличні дані [1]. Кореляційний та регресійний аналізи виконані за [29–31]. Вибірковий коефіцієнт кореляції зв'язку між  $y$  і  $x$  ( $r_p$ ) обчислювали за формулою [29,30]. Висували нульову

гіпотезу рівності нулю генерального коефіцієнта кореляції

$$\begin{aligned} H_0: \quad & \rho = 0 \\ & \uparrow \\ & r_p \neq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

та альтернативну гіпотезу

$$\begin{aligned} H_1: \quad & \rho \neq 0 \\ & \uparrow \\ & r_p \neq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де вибірковий коефіцієнт кореляції ( $r_p$ ) був статистичною оцінкою генерального коефіцієнта кореляції ( $\rho$ ):

$$r_p \rightarrow \rho.$$

Перевірку  $H_0$  здійснювали для рівнів значущості  $\alpha = 0,05$  та  $\alpha = 0,01$  та ступенем вільності  $f$  [33, 34]:

1. За критичним значенням коефіцієнта кореляції  $r_{\text{ед}}$ . [31];
2. За критерієм Стьюдента  $t_T$ , [30];
3. За перетворенням Фішера [30] та добутку  $(z_T \cdot s_z)$ .

## II. Результати та обговорення

### 2.1. Залежність коефіцієнта теплопровідності металів від температури.

За даними [1] побудовано температурні залежності металів відносно  $\lambda$  за низьких ( $T \leq 100$  K) та високих (в межах від 50–100 до 300–2500 K) температур.

На рис. 1 приведено залежності коефіцієнта теплопровідності ( $\lambda$ ) металів IA групи Періодичної системи первнів від температури ( $T$ ) в інтервалі температур 0–50 K (рис.1а) та в інтервалі 100–400 K (рис.1б). Як видно з рис. 1а, коефіцієнт теплопровідності натрію (крива 1) та калію (крива 2) зростає від  $\lambda = 3180$  до  $\lambda = 4820$  Вт/м·К (для натрію) та від  $\lambda \approx 1200$  до  $\lambda = 1960$  Вт/м·К (для калію) із збільшенням температури від  $\sim 0$  K до температури піка максимального його значення ( $T_{\max} = 5$  K для натрію та  $T_{\max} = 3$  K для калію). Після піку максимуму коефіцієнт теплопровідності різко спадає від  $\lambda = 4820$  до  $\lambda = 120$  Вт/м·К (для натрію) та від  $\lambda \approx 1960$  до  $\lambda = 98,5$  Вт/м·К (для калію) під час збільшення температури від  $T_{\max}$  до 20–50 K. Як видно з рис. 1б, із збільшенням температури від  $T = 50$  до  $T = 400$  K коефіцієнт теплопровідності всіх лужних металів незначно зменшується: літію (криві 1,1') від  $\lambda = 235$  до  $\lambda = 72,1$  Вт/м·К, натрію (крива 2) від  $\lambda = 158$  до  $\lambda = 120$  Вт/м·К, калію (крива 3)  $\lambda = 112$  до  $\lambda = 98,5$  Вт/м·К, рубідію (крива 4)  $\lambda = 62,7$  до  $\lambda = 58,1$  Вт/м·К і не залежить від порядкового номера (Z) первня.

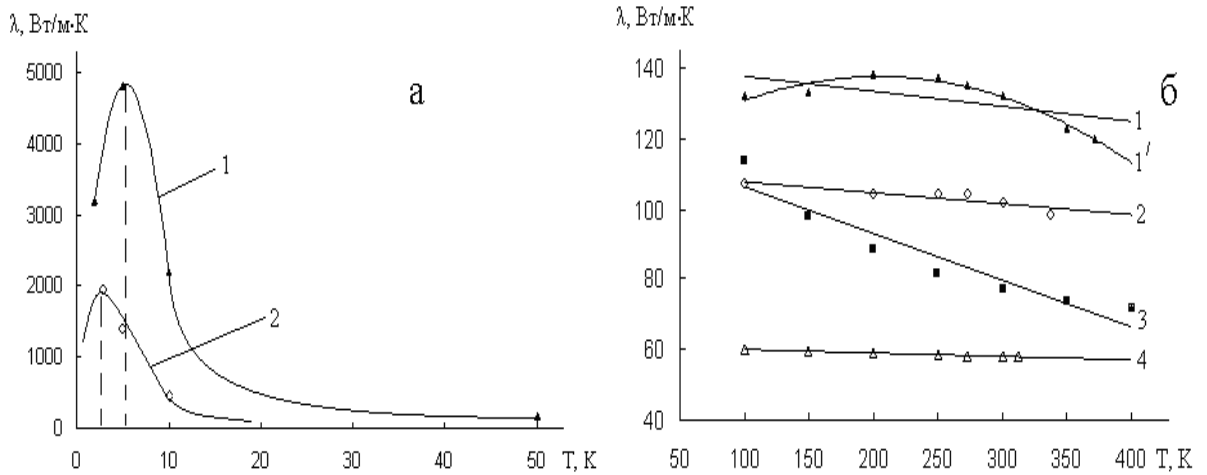
На рис. 2 приведено залежність коефіцієнта теплопровідності ( $\lambda$ ) міді, срібла та золота від температури ( $T$ ) в інтервалі температур 0–50 K (рис.2а) та в інтервалі 100–1300 K (рис.2б). Як видно з рис.2а, для золота (крива 3) спостерігається незначне зростання коефіцієнта теплопровідності від  $\lambda \approx 200$  до  $\lambda = 800$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  K до  $T_{\max} = 20$  K. З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max} = 20$  K до 50 K коефіцієнт теплопровідності незначно зменшується від  $\lambda = 800$  до  $\lambda = 439$  Вт/м·К. Для срібла та міді (рис.2, крива 1 та 2 відповідно) спостерігається значне зростання коефіцієнта теплопровідності від  $\lambda = 4800$  до  $\lambda = 10600$  Вт/м·К (для срібла) та від  $\lambda \approx 500$  до  $\lambda = 5000$  Вт/м·К (для міді) із збільшенням температури від  $\sim 0$  K до температури піка

максимального його значення ( $T_{\max} = 8$  K для срібла та  $T_{\max} = 15$  K для міді). З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max}$  до 50 K коефіцієнт теплопровідності різко зменшується від  $\lambda = 10600$  до  $\lambda = 700$  Вт/м·К (для срібла) та від  $\lambda \approx 5000$  до  $\lambda = 1500$  Вт/м·К (для міді). Як видно з рис. 2б, коефіцієнт теплопровідності металів: міді (крива 1), срібла (крива 2), золота (крива 3) зі збільшенням температури від  $T = 100$  до  $T = 1300$  K лінійно зменшується від  $\lambda = 500$  до  $\lambda = 320$  Вт/м·К (для міді), від  $\lambda = 431$  до  $\lambda = 381$  Вт/м·К (для срібла) та від  $\lambda = 343$  до  $\lambda = 247$  Вт/м·К (для золота) і не залежить від порядкового номера первня відповідного металу.

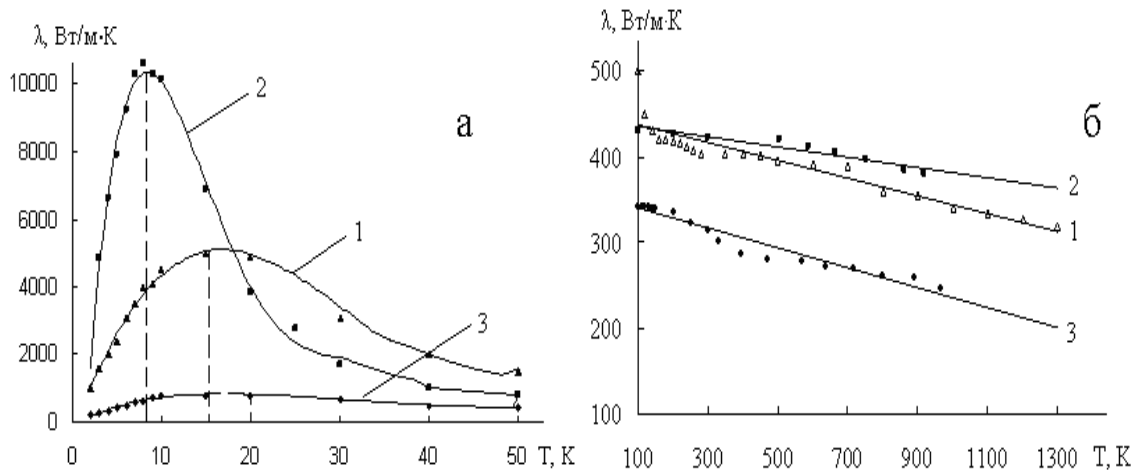
Аналогічні залежності можна спостерігати для решти металів [1]. Так, за низьких температур, коефіцієнт теплопровідності літію інтенсивно зростає від  $\lambda = 197$  до  $\lambda = 720$  Вт/м·К, в той час як коефіцієнт теплопровідності рубідію незначно змінюється від  $\lambda = 127$  до  $\lambda = 188$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  K до температури піка максимального його значення ( $T_{\max} = 26$  K для літію та  $T_{\max} = 6$  K для рубідію). Після піку максимуму коефіцієнт теплопровідності літію різко спадає від  $\lambda = 720$  до  $\lambda = 72,1$  Вт/м·К та незначно змінюється від  $\lambda \approx 188$  до  $\lambda = 58,1$  Вт/м·К (для рубідію) під час збільшення температури від  $T_{\max}$  до 50 K.

За низьких температур коефіцієнт теплопровідності магнію різко зростає від  $\lambda \approx 0$  до  $\lambda = 1212$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0,5$  K до  $T_{\max} \approx 23$  K. З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max} \approx 23$  K до 50 K коефіцієнт теплопровідності різко зменшується від  $\lambda = 1212$  до  $\lambda \approx 200$  Вт/м·К. За високих температур коефіцієнт теплопровідності магнію та цинку зменшується від  $\lambda = 179$  до  $\lambda = 98$  Вт/м·К (для магнію) та від  $\lambda = 145$  до  $\lambda = 128$  Вт/м·К (для цинку) зі збільшенням температури від  $T = 173$  до  $T = 1173$  K (для магнію) та від  $T = 100$  до  $T = 300$  K (для цинку), а залежність  $\lambda \sim f(T)$  носить лінійний характер.

За низьких температур коефіцієнт теплопровідності алюмінію інтенсивно зростає від  $\lambda = 2200$  до  $\lambda = 5200$  Вт/м·К, в той же час як коефіцієнт теплопровідності індію незначно змінюється від  $\lambda = 520$  до  $\lambda = 800$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  K до температури піка максимального його значення ( $T_{\max} \approx 12$  K для алюмінію та  $T_{\max} =$



**Рис. 1.** Температурна залежність коефіцієнта теплопровідності:  
 1, 1' – натрію ( $Z=11$ ); 2 – калію ( $Z=19$ ); 3 – літію ( $Z=3$ ); 4 – рубідію ( $Z=37$ )  
 а) в інтервалі температур 0–50 К;  
 б) в інтервалі температур 50–400 К.



**Рис. 2.** Температурна залежність коефіцієнта теплопровідності  
 1 – міді ( $Z=29$ ); 2 – срібла ( $Z=47$ ); 3 – золота ( $Z=79$ ):  
 а) в інтервалі температур 0–50 К;  
 б) в інтервалі температур 100–1300 К.

5 К для індію). Після піку максимуму коефіцієнт теплопровідності алюмінію різко спадає від  $\lambda = 5200$  до  $\lambda = 300$  Вт/м·К та незначно зменшується від  $\lambda \approx 800$  до  $\lambda = 108$  Вт/м·К (для індію) під час збільшення температури від  $T_{\max}$  до 80–100 К. За високих температур, для Al та In, як і в попередніх випадках, з підвищенням температури від 100 до 300 К зменшується коефіцієнт теплопровідності від  $\lambda = 300$  до  $\lambda = 230$  Вт/м·К (для алюмінію) та від  $\lambda = 108$  до  $\lambda = 21$  Вт/м·К (для індію), в той час як для талію значення коефіцієнта теплопровідності у всьому діапазоні температур майже не змінюються від  $\lambda = 63$  до  $\lambda = 47$  Вт/м·К.

За низьких температур для хрому спостерігається значне зростання коефіцієнта теплопровідності від  $\lambda \approx 0$  до  $\lambda = 553$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $T_{\max} = 25$  К. З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max} = 25$  К до  $T = 90$  К коефіцієнт теплопровідності зменшується від  $\lambda = 553$  до  $\lambda = 143$  Вт/м·К. Для молібдену та вольфраму спостерігається значно менше зростання коефіцієнта теплопровідності від  $\lambda = 30$  до  $\lambda = 360$  Вт/м·К (для молібдену) та від  $\lambda = 38$  до  $\lambda = 340$  Вт/м·К (для вольфраму) із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до температури піка максимального його значення ( $T_{\max} \approx 30$ –45 К для молібдену та  $T_{\max} = 28$ –40 К для

вольфраму). З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max}$  до 100 К коефіцієнт теплопровідності незначно зменшується від  $\lambda = 360$  до  $\lambda = 205$  Вт/м·К (для молібдену) та від  $\lambda \approx 340$  до  $\lambda = 132$  Вт/м·К (для вольфраму). З підвищенням температури від 100 до 2700 К (для молібдену та вольфраму) та від 100 до 1200 К (для хрому) спостерігається зменшення коефіцієнта теплопровідності металів Cr від  $\lambda = 129$  до  $\lambda = 60$  Вт/м·К, Mo від  $\lambda = 205$  до  $\lambda = 68$  Вт/м·К, W від  $\lambda = 132$  до  $\lambda = 92$  Вт/м·К, при цьому коефіцієнт теплопровідності даних металів не залежить від їх порядкового номера у Періодичній системі первнів.

За низьких температур коефіцієнт теплопровідності заліза інтенсивно зростає від  $\lambda = 293$  до  $\lambda = 873$  Вт/м·К, в той час як коефіцієнт теплопровідності ніколу незначно змінюється від  $\lambda = 59$  до  $\lambda = 251$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до температури піка максимального його значення ( $T_{\max} \approx 20$  К для заліза та  $T_{\max} = 35$  К для ніколу). Після піку максимуму коефіцієнт теплопровідності заліза різко спадає від  $\lambda = 873$  до  $\lambda = 98$  Вт/м·К та незначно зменшується від  $\lambda \approx 251$  до  $\lambda = 127$  Вт/м·К (для ніколу) під час збільшення температури від  $T_{\max}$  до 100 К. За високих температур коефіцієнт теплопровідності металів: заліза та ніколу зменшується від  $\lambda = 82$  до  $\lambda = 39$  Вт/м·К (для заліза) та від  $\lambda = 114$  до  $\lambda = 55$  Вт/м·К (для ніколу) з підвищенням температури від  $\sim 220$  до 1670 К, хоча й залежність  $\lambda \sim f(T)$  носить нелінійний характер. Коефіцієнт теплопровідності кобальту зростає від  $\lambda \approx 66$  до  $\lambda = 126,8$  Вт/м·К із збільшенням температури від 220 К до  $T_{\max} = 770$  К. З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max} = 770$  К до  $T = 1670$  К коефіцієнт теплопровідності зменшується від  $\lambda = 126,8$  до  $\lambda = 11$  Вт/м·К.

За низьких температур коефіцієнт теплопровідності платини різко зростає від  $\lambda = 350$  до  $\lambda = 1300$  Вт/м·К із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до  $T_{\max} \approx 6$  К. З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max} \approx 6$  К до  $T = 35$  К коефіцієнт теплопровідності різко зменшується від  $\lambda = 1300$  до  $\lambda \approx 200$  Вт/м·К, а в інтервалі температур 35 – 100 К спостерігається незначне зменшення коефіцієнта теплопровідності від  $\lambda = 200$  до  $\lambda \approx 74$  Вт/м·К. Зі зростанням температури від  $T = 100$  до  $T = 1800$  К коефіцієнт

теплопровідності й надалі незначно зменшується від  $\lambda = 74$  до  $\lambda = 64,5$  Вт/м·К.

Отже, коефіцієнт теплопровідності ( $\lambda$ ) більшості металів різко зростає із збільшенням температури від  $\sim 0$  К до температури піка максимального їх значення ( $T_{\max}$ ). З подальшим підвищенням температури від  $T_{\max}$  до 300–2500 К коефіцієнт теплопровідності більшості металів зменшується. Винятком є титан та метали побічної підгрупи V групи Періодичної системи первнів. За низьких температур коефіцієнт теплопровідності титану інтенсивно зростає від  $\lambda \approx 0$  до  $\lambda = 14$  Вт/м·К. Подальше підвищення температури від 50 до 100 К приводить до незначного зростання коефіцієнта теплопровідності титану від  $\lambda \approx 14$  до  $\lambda = 18$  Вт/м·К. За високих температур коефіцієнт теплопровідності цього металу теж незначно зростає від  $\lambda = 18$  до  $\lambda = 20$  Вт/м·К з підвищенням температури від 100 до 300 К, що не є характерним для всіх інших металів, а залежність  $\lambda \sim f(T)$  носить лінійний характер. Таке зростання коефіцієнта теплопровідності титану в даному інтервалі температур можна пояснити його особливими властивостями.

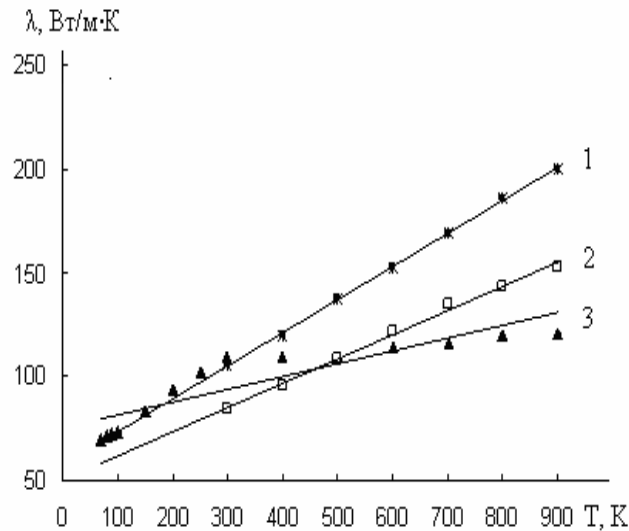
Для металів побічної підгрупи V групи Періодичної системи первнів з підвищенням температури від 100 до 2700 К (для ніобію та танталу) та від 100 до 1773 К (для ванадію) коефіцієнт теплопровідності V, Nb, Ta теж незначно зростає від  $\lambda = 49$  до  $\lambda = 102$  Вт/м·К (для ніобію), від  $\lambda = 63$  до  $\lambda = 100$  Вт/м·К (для танталу) та від  $\lambda = 32,1$  до  $\lambda = 65,6$  Вт/м·К (для ванадію), при цьому із зростанням порядкового номера первня коефіцієнт теплопровідності збільшується до температури  $\sim 2000$  К.

## 2.2. Залежність коефіцієнта теплопровідності стопів від температури

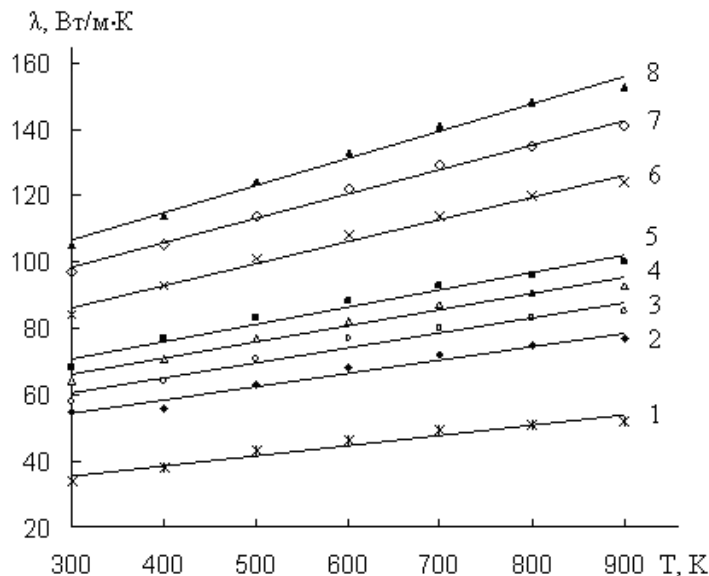
За даними [1] побудовано температурні залежності стопів відносно коефіцієнта теплопровідності.

На рис. 3 приведено залежність коефіцієнта теплопровідності ( $\lambda$ ) стопів міді (мосяжів): латуні Л68 (Cu + 30%Zn), латуні ЛАН 59-3-2 (Cu + 3%Al + 2,5%Ni) та латуні Л62 (Cu + 40%Zn) від температури (T). Зі зростанням температури коефіцієнт теплопровідності збільшується. Найвищі його значення спостерігаються у латуні Л62 (Cu + 40%Zn).

На рис. 4 приведено залежність коефіцієнта теплопровідності ( $\lambda$ )



**Рис. 3.** Залежність коефіцієнта теплопровідності мідних сплавів мідних сплавів від температури: 1 – латуні Л62 (Cu + 40%Zn), 2 – латуні Л68 (Cu + 30%Zn) 3 – латуні ЛАН 59-3-2 (Cu + 3% Al+2,5%Ni).



**Рис. 4.** Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури промислових мідних сплавів – сплавів (бронз, бронз) марки: 1 – Бр 0Ф 10-1 (Cu + 10%Sn + 1%P); 2 – Бр 0Ц 10-2 (Cu + 10%Sn + 2%Zn); 3 – Бр 0С 5-25 (Cu + 5%Sn + 25%Pb); 4 – Бр 0Ц 6-3 (Cu + 6%Sn + 3%Zn); 5 – Бр 0П 8-4 (Cu + 8%Sn + 4%Zn); 6 – Бр 0П 4-3 (Cu + 4%Sn + 3%Al); 7 – Бр 0П 4-3 (Cu + 4%Sn + 3%Al); 8 – Бр 0П 4-3 (Cu + 4%Sn + 3%Al).

промислових сплавів (бронз, бронз) від температури (Т). Як і в попередніх випадках коефіцієнт теплопровідності зростає з підвищенням температури. Максимальні значення належать сплаву марки Бр А-5, а мінімальні – сплаву марки Бр 0Ф 10-1. Залежності описуються лінійними рівняннями. Як видно з рис. 3, чим більший вміст цинку у сплавах сплаву (криві 2,4,5) і менший вміст стануму (криві 1, 5, 6) та

алюмінію (криві 7, 8), тим вищі значення коефіцієнта теплопровідності.

Аналогічні залежності можна спостерігати для решти сплавів [1]. Так, коефіцієнт теплопровідності ( $\lambda$ ) сплаву міді Cu + 1,5% Be зростає від  $\lambda = 17,7$  до  $\lambda = 180$  Вт/м·К зі зростанням температури від  $T = 20$  до  $T = 375$  К, а залежність  $\lambda \sim f(T)$  носить нелінійний характер.

Коефіцієнт теплопровідності ( $\lambda$ ) сплавів титану: ОТ4-0 (Ti + 0,8% Al + 0,8% Mn), ОТ4-1

(Ti + 1,5%Al + 1,0%Mn), OT4-2 (Ti + 6%Al + 1,5%Mn), а також BT 23 (Ti + 4,5%Al + 2%Mo + 4,5%V + 0,6%Fe + 1%Cr), BT 20 (Ti + 6%Al + 2%Zr + 1%Mo + 1%V), BT 16 (Ti + 2,5%Al + 5%Mo + 5%V) та BT14 (Ti + 4,5%Al + 3%Mo + 1%V) теж збільшується зі зростанням температури. За температури 673 K коефіцієнт теплопровідності для стопів OT4-1, OT4-2 однаковий. Для стопу BT 23 та стопу BT 16 значення  $\lambda$  дещо вищі. Залежність описується лінійним рівнянням.

Коефіцієнт теплопровідності ( $\lambda$ ) нержавіючих, термостійких і термоміцних сталей австенітного класу марки: X18H9T (1X18H9T, ЭЯ1Т), X17H13M2T (OX18H12M2T, ЭИ448) зі зростанням температури збільшується. Для стопу марки X17H13M2T (OX18H12M2T, ЭИ448) спостерігається незначне збільшення коефіцієнта теплопровідності.

На відміну від попередніх випадків, коефіцієнт теплопровідності ( $\lambda$ ) нелегованих, низько- та середньолегованих криць (сталей) перлітного класу марки: сталь Ст 20, сталь У 8, сталь 45 з підвищенням температури зменшується.

### 2.3. Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури (регресійна аналіза).

Шукали апроксимацію  $\lambda \sim f(T)$  у вигляді поліному першого ( $y = ax + b$ ) і другого ( $y = ax^2 + bx + c$ ) порядків, де  $y = \lambda$ ,  $x = T$ . Ступінь адекватності поліномів експериментальним даним оцінювали за коефіцієнтом апроксимації  $R^2$ :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{aa.}}{SS_{\{y\}}}, \quad (25)$$

де  $SS_{aa.}$  – сума квадратів під час розрахунку дисперсії адекватності;

$SS_{\{o\}}$  – сума квадратів під час розрахунку дисперсії відновлення;

$$0 \leq R^2 \leq 1. \quad (26)$$

Результати регресійної аналізи зведено у табл. 1 для металів та у табл. 2 для стопів. Як видно з табл. 1, у більшості металів для залежностей  $\lambda \sim f(T)$  існує надійний зв'язок при апроксимації як поліномом першого порядку, так і поліномом другого порядку, окрім кобальту, для якого залежність апроксимується лише поліномом другого порядку та Ag, Au, Mg, Zn, V, Nb, Ta і Pt –

для яких залежність  $\lambda \sim f(T)$  апроксимується поліномом першого порядку.

Як видно з табл. 2, у більшості стопів для залежностей  $\lambda \sim f(T)$  існує надійний зв'язок при апроксимації поліномом першого порядку (окрім, стопу Cu+1,5%Be, залежність  $\lambda \sim f(T)$  якого апроксимується поліномом другого порядку)

### 2.4. Залежність коефіцієнта теплопровідності від радіусу атома первня та його порядкового номера в Періодичній системі первнів (кореляційна аналіза).

У табл.3 зведено значення коефіцієнта теплопровідності за температури 100, 200; 273; 300 та 900 K, а також порядковий номер Z та радіус атома  $r_A$  для 35 металів [1].

На рис. 5–9 приведено залежності коефіцієнта теплопровідності 35 металів [1] від порядкового номера (Z) та радіусу атома ( $r_A$ ) за температури 100, 200; 273; 300 та 900 K.

У табл. 4. зведено результати перевірки нульової гіпотези  $H_0$  рівності нулю генерального коефіцієнта кореляції залежностей  $\lambda = f(Z)$  та  $\lambda = f(r_A)$ . Як видно з табл. 4, ступінь лінійності для кореляційного зв'язку «коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  від порядкового номера первня Z у Періодичній системі первнів» складає:

- для  $\alpha = 0,05$   $\xi_2(r) = 0,04 - 0,72$ ;  $\xi_2(t) = 0,03 - 0,65$ ;  $\xi_2(\dot{Z}) = 0,03 - 0,68$  (для всіх температур);

- для  $\alpha = 0,01$   $\xi_2(r) = 0,03 - 0,58$ ;  $\xi_2(t) = 0,02 - 0,46$ ;  $\xi_2(\dot{Z}) = 0,03 - 0,52$  (для всіх температур),

а ступінь нелінійності у цьому зв'язку складає:

- для  $\alpha = 0,05$   $\xi_1(r) = 1,39 - 28,4$ ;  $\xi_1(t) = 1,53 - 30,52$ ;  $\xi_1(\dot{Z}) = 1,47 - 28,49$  (для всіх температур);

- для  $\alpha = 0,01$   $\xi_1(r) = 1,72 - 36,45$ ;  $\xi_1(t) = 2,16 - 41,13$ ;  $\xi_1(\dot{Z}) = 1,94 - 37,51$  (для всіх температур).

І, навпаки, для кореляційного зв'язку «коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  від радіусу атома  $r_A$ » ступінь лінійності дорівнює:

- для  $\alpha = 0,05$   $\xi_2(r) = 0,14 - 0,64$ ;  $\xi_2(t) = 0,12 - 0,61$ ;  $\xi_2(\dot{Z}) = 0,13 - 0,62$  (для всіх температур);

- для  $\alpha = 0,01$   $\xi_2(r) = 0,12 - 0,50$ ;  $\xi_2(t) = 0,09 - 0,45$ ;  $\xi_2(\dot{Z}) = 0,10 - 0,47$  (для всіх температур),

а ступінь нелінійності у цьому зв'язку складає:  $\xi_1(r) = 1,57 - 6,97$ ;  $\xi_1(t) = 1,64 - 8,34$ ;  $\xi_1(\dot{Z}) = 1,61 - 7,80$  (для  $\alpha = 0,05$ ) та  $\xi_1(r) = 2,02$

Таблиця 1

Лінійна та поліноміальна моделі залежності коефіцієнта теплопровідності металів від температури

Радіус атома, нм	Метал	$y = ax + b$	$R^2$	$y = ax^2 + bx + c$ або $y = ax^{-b}$	$R^2$
0,157	Li	$y = -0,132x + 119,31$	0,8904	$y = 0,0005x^2 - 0,3915x + 146,56$	0,9937
0,191	Na	$y = -0,0429x + 141,94$	0,3954	$y = -0,0006x^2 + 0,2608x + 110,94$	0,9615
0,235	K	$y = -0,03x + 110,54$	0,7947	$y = -0,0001x^2 + 0,0289x + 105,13$	0,8850
0,25	Rb	$y = -0,0097x + 61,035$	0,9610	$y = 3 \cdot 10^{-5}x^2 - 0,0224x + 62,184$	0,9915
0,128	Cu	$y = -0,1034x + 447,68$	0,8573	$y = 4 \cdot 10^{-5}x^2 - 0,1503x + 457,24$	0,8667
0,144	Ag	$y = -0,0602x + 441,61$	0,9279		
0,146	Au	$y = -0,1165x + 351,83$	0,9465		
0,16	Mg	$y = -0,0833x + 182,51$	0,9446		
0,138	Zn	$y = -0,0906x + 155,14$	0,9870		
0,143	Al	$y = -0,2518x + 295,12$	0,7412	$y = 0,0023x^2 - 1,1749x + 381,27$	0,9198
0,166	In	$y = -0,4584x + 166,24$	0,9535	$y = -0,0018x^2 + 0,2954x + 97,449$	0,9996
0,171	Tl	$y = -0,08x + 71,161$	0,9986	$y = -2 \cdot 10^{-5}x^2 - 0,0717x + 70,407$	0,9988
0,147	Ti	$y = 0,0092x + 17,521$	0,7924	$y = -9 \cdot 10^{-5}x^2 + 0,044x + 14,43$	0,9826
0,134	V	$y = 0,0078x + 30,836$	0,9913		
0,146	Nb	$y = 0,0207x + 46,506$	0,9975		
0,149	Ta	$y = 0,0153x + 58,155$	0,9774		
0,13	Cr	$y = -0,0526x + 114,82$	0,8402	$y = 5 \cdot 10^{-5}x^2 - 0,1225x + 130,1$	0,9320
0,139	Mo	$y = -0,0389x + 186,64$	0,9052	$y = -2 \cdot 10^{-6}x^2 - 0,0327x + 184,05$	0,9066
0,141	W	$y = -0,0157x + 134,24$	0,9985	$y = 2 \cdot 10^{-7}x^2 - 0,0161x + 134,41$	0,9985
0,126	Fe	$y = -0,0444x + 88,503$	0,8597	$y = 767,88x^{-0,4159}$	0,9611
0,125	Co			$y = -0,0002x^2 + 0,2649x + 15,112$	0,9781
0,124	Ni	$y = -0,0426x + 105,77$	0,7363	$y = 653,08x^{-0,3458}$	0,9732
0,139	Pt	$y = -0,0049x + 73,359$	0,9705		

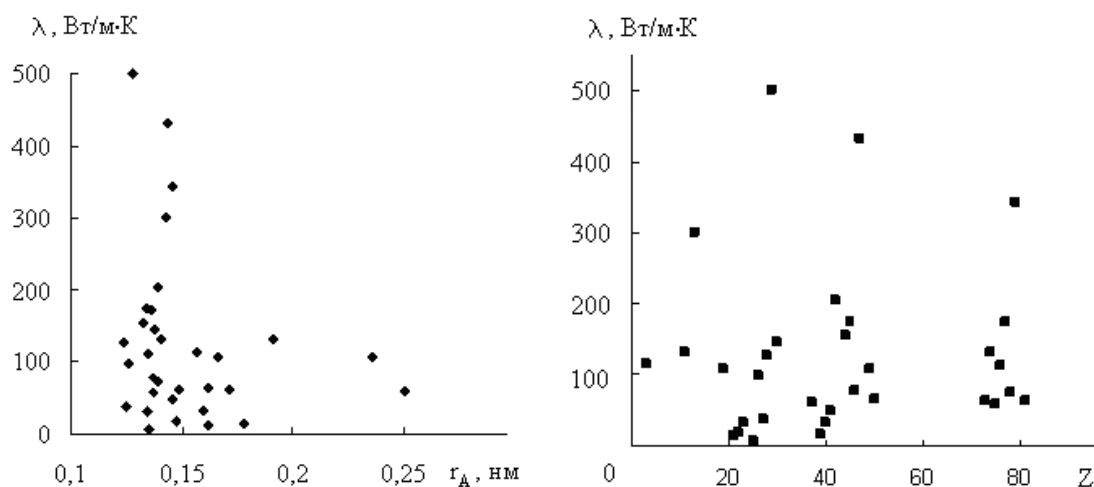
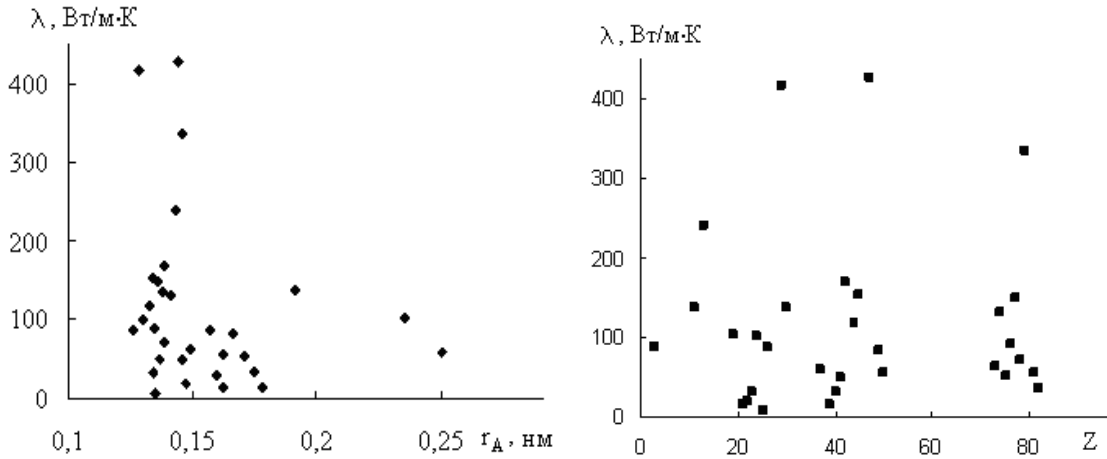
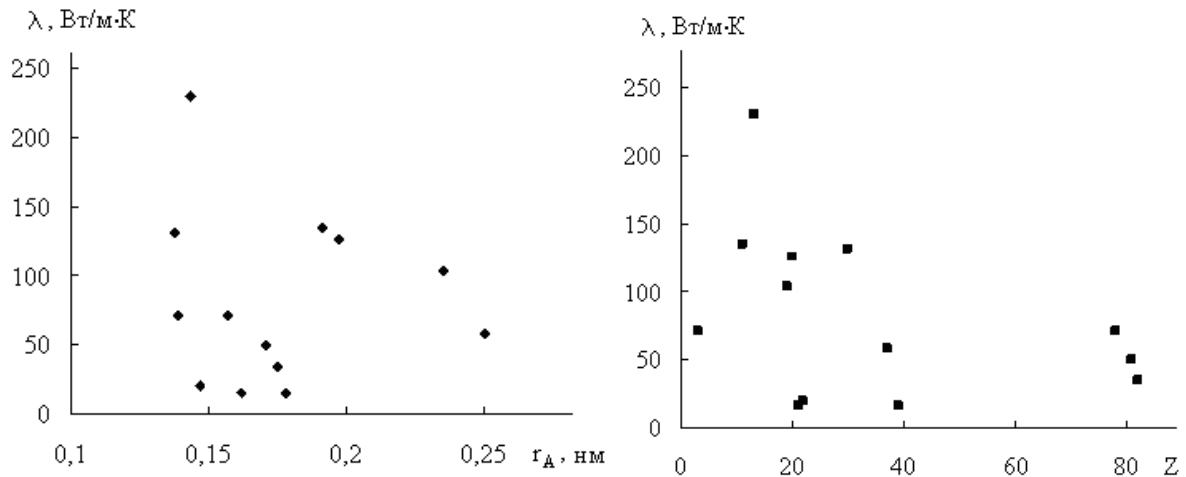


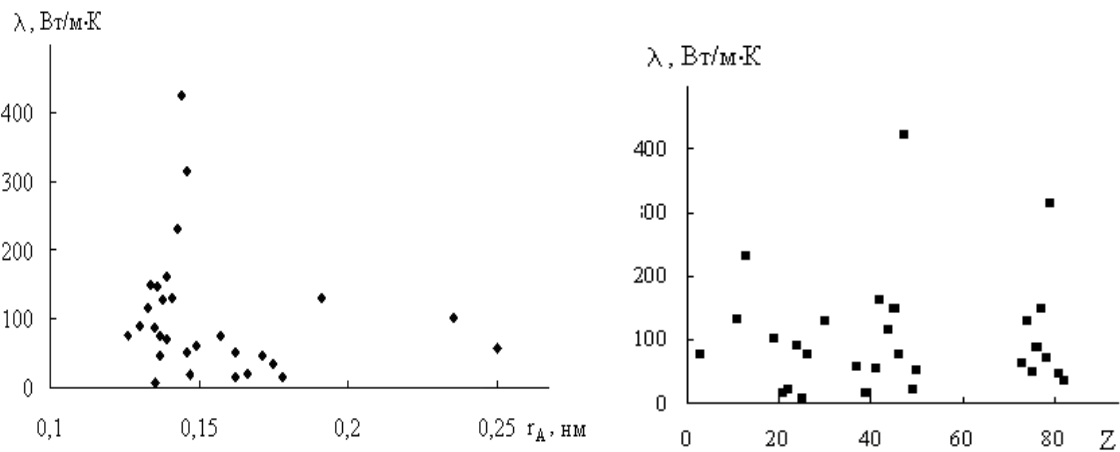
Рис. 5. Узагальнена залежність коефіцієнта теплопровідності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 100 К.



**Рис. 6.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплопровідності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 200 К.

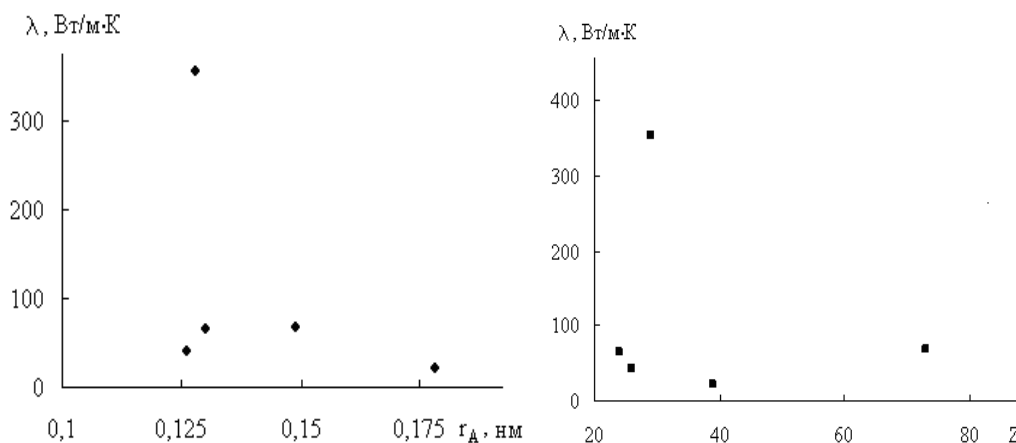


**Рис. 7.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплопровідності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 273 К.



**Рис. 8.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплопровідності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 300 К.





**Рис. 9.** Узагальнена залежність коефіцієнта теплопровідності від радіусу атома (а) та порядкового номера металу у Періодичній системі первнів (б) за температури 900 К.

**Таблиця 2**

Математичні моделі залежностей теплопровідності сплавів від температури

Сплави	Рівняння апроксимації	R <sup>2</sup>
Сп + 1,5% Ве	$y = -0,0011x^2 + 0,8883x + 0,1693$	0,9995
Латунь Л68	$y = 0,1593x + 57,286$	0,9993
Латунь ЛАН 59-3-2	$y = 0,0617x + 75$	0,8031
Латунь Л62	$y = 0,1157x + 50,714$	0,9932
Бронза Бр0Ф10-1	$y = 0,0307x + 26,286$	0,959
Бронза Бр0Ц10-2	$y = 0,0404x + 42,357$	0,9709
Бронза Бр0С5-25	$y = 0,0457x + 46,571$	0,9561
Бронза Бр0Ц6-6-3	$y = 0,0489x + 51,357$	0,978
Бронза Бр0Ц8-4	$y = 0,0514x + 55,571$	0,9722
Бронза Бр0Ц4-3	$y = 0,0668x + 66,214$	0,9869
Бронза БрА7	$y = 0,0739x + 76,071$	0,9939
Бронза БрА-5	$y = 0,0818x + 82,071$	0,9905
ОТ4-0	$y = 0,0112x + 6,1323$	0,987
ОТ4-1	$y = 0,0087x + 9,6805$	0,988
ОТ4-2	$y = 0,0155x + 2,7449$	0,9925
ВТ 23	$y = 0,0128x + 4,7753$	0,9917
ВТ 20	$y = 0,0137x + 3,369$	0,9949
ВТ 16	$y = 0,0147x + 4,3798$	0,9882
ВТ 14	$y = 0,0145x + 3,0002$	0,9821
Сталь Ст 20	$y = -0,0335x + 67,66$	0,9949
Сталь У 8	$y = -0,027x + 57,321$	0,9782
Сталь Ст 45	$y = -0,0271x + 57,252$	0,9863
X18H9T (1X18H9T, ЭЯ1T)	$y = 0,0125x + 11,242$	0,9864
X17H13M2T (OX18H12M2T, ЭИ448)	$y = 0,003x + 13,879$	0,9359

Таблиця 3

Залежність коефіцієнта теплопровідності металів та сплавів від температури, радіусу атомів та порядкового номера в Періодичній системі первнів

Метал	Порядковий номер, Z	Радіус атома $r_A$ , нм	$\lambda$ , Вт/м·К				
			100 К	200 К	273 К	300 К	900 К
Li	3	0,157	114	88,1	71,2	76,8	–
Na	11	0,191	132	138	135	132	–
K	19	0,235	107	104	104	102	–
Rb	37	0,25	60,3	58,9	58,3	58,2	–
Cu	29	0,128	500	417	–	–	354
Ag	47	0,144	431	427	–	423	–
Au	79	0,146	343	335	–	314	–
Ca	20	0,197	–	–	126	–	–
Zn	30	0,138	145	137	131	128	–
Al	13	0,143	300	240	230	230	–
In	49	0,166	108	83	–	21	–
Tl	81	0,171	63	55	49,6	47	–
Sc	21	0,162	14,3	15,3	15,7	15,8	–
Y	39	0,178	15,7	15,8	16	16,2	22,6
Ti	22	0,147	18	20	20	20	–
Zr	40	0,16	33,5	31,8	–	–	–
Sn	50	0,162	66	56,7	–	51,5	–
Pb	82	0,175	–	35	34,9	34,9	–
V	23	0,134	32,1	32,6	–	–	–
Nb	41	0,146	49	50	–	53	–
Ta	73	0,149	63	63	–	63	69,5
Cr	24	0,13	–	102	–	90	66
Mo	42	0,139	205	169	–	162	–
W	74	0,141	132	131	–	130	–
Mn	25	0,132	6	7,2	–	7,8	–
Fe	26	0,126	98	87	–	77	42
Co	27	0,125	37,5	–	–	–	–
Ni	28	0,124	127	–	–	–	–
Pt	78	0,139	74	71,9	71,4	71,2	–
Re	75	0,137	58,6	51,5	–	48,1	–
Ru	44	0,133	154	118	–	117	–
Rh	45	0,134	174	153	–	150	124
Pd	46	0,137	78,6	–	–	75,7	75,5
Os	76	0,135	113	90,8	–	87,6	–
Ir	77	0,136	173	150	–	148	–

Таблиця 4

Результати перевірки нульової гіпотези рівності нулю генерального коефіцієнта кореляції зв'язків  $\lambda \sim Z$ ,  $\lambda \sim r_A$  за його критичним значенням ( $r_{кр.}$ ), критерієм Стьюдента ( $t_T$ ) та перетворенням Фішера ( $z_T$ )

Зв'язки між величинами	Рівні значущості	$\lambda$ , Вт/м·К					
		100 К	200 К	273 К	300 К	900 К	
Кореляційний зв'язок:		Розрахунковий коефіцієнт кореляції ( $r_p$ )					
$\lambda \sim Z$		0,0413	0,0125	-0,3978	0,0621	-0,2095	
$\lambda \sim r_A$		-0,2039	-0,2258	-0,0793	-0,1791	-0,4186	
N		32	31	13	29	7	
f = N-2		30	29	11	27	5	
		Критичний коефіцієнт кореляції					
$r_{кр.} \{q = 1 - \frac{a}{2}; f = N-2\}$	$\alpha = 0,05$	0,3494	0,3550	0,5529	0,3673	0,7545	
	$\alpha = 0,01$	0,4488	0,4556	0,6835	0,4705	0,8745	
$\lambda \sim Z$	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,05$	8,460	28,400	1,390	5,915	3,601
			$\xi_2(r)$	0,118	0,035	0,719	0,169
	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,01$	10,867	36,448	1,718	7,576	4,174
			$\xi_2(r)$	0,092	0,027	0,582	0,132
$\lambda \sim r_A$	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,05$	1,714	1,572	6,972	2,051	1,802
			$\xi_2(r)$	0,584	0,636	0,143	0,488
	$\xi_1(r)$	$\alpha = 0,01$	2,201	2,018	8,619	2,627	2,089
			$\xi_2(r)$	0,454	0,496	0,116	0,381
Кореляційний зв'язок:		Статистика Стьюдента ( $t_p$ )					
$\lambda \sim Z$		0,226	0,067	-1,438	0,323	-0,479	
$\lambda \sim r_A$		-1,141	-1,248	-0,264	-0,946	-1,031	
$t_T \{q = 1 - \frac{a}{2}; f = N-2\}$	$\alpha = 0,05$	2,042	2,045	2,201	2,052	2,571	
	$\alpha = 0,01$	2,750	2,756	3,106	2,771	4,032	
$\lambda \sim Z$	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,05$	9,035	30,522	1,531	6,353	5,367
			$\xi_2(t)$	0,111	0,033	0,653	0,157
	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,01$	12,168	41,134	2,160	8,579	8,418
			$\xi_2(t)$	0,082	0,024	0,463	0,117
$\lambda \sim r_A$	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,05$	1,790	1,639	8,337	2,169	2,494
			$\xi_2(t)$	0,559	0,610	0,120	0,461
	$\xi_1(t)$	$\alpha = 0,01$	2,410	2,208	11,765	2,929	3,911
			$\xi_2(t)$	0,415	0,453	0,085	0,341
Кореляційний зв'язок:		Статистика перетворення Фішера ( $z_p$ )					
$\lambda \sim Z$		0,0413	0,0125	-0,4210	0,0622	-0,2126	
$\lambda \sim r_A$		-0,2068	-0,2298	-0,0795	-0,1811	-0,4460	
$z_T \{q = 1 - \frac{a}{2}\}$	$\alpha = 0,05$	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	
	$\alpha = 0,01$	2,58	2,58	2,58	2,58	2,58	
$S_Z$		0,1857	0,1890	0,3162	0,1961	0,5000	
$(z_T \cdot S_Z)$		$\alpha = 0,05$	0,3640	0,3704	0,6198	0,3844	0,9800
		$\alpha = 0,01$	0,4791	0,4876	0,8158	0,5059	1,2900
$\lambda \sim Z$	$\xi_1(\dot{Z})$	$\alpha = 0,05$	8,814	29,632	1,472	6,180	4,610
			$\xi_2(\dot{Z})$	0,113	0,034	0,679	0,162
	$\xi_1(\dot{Z})$	$\alpha = 0,01$	11,600	39,008	1,938	8,133	6,068
			$\xi_2(\dot{Z})$	0,086	0,026	0,516	0,123
$\lambda \sim r_A$	$\xi_1(\dot{Z})$	$\alpha = 0,05$	1,760	1,612	7,796	2,123	2,197
			$\xi_2(\dot{Z})$	0,568	0,620	0,128	0,471
	$\xi_1(\dot{Z})$	$\alpha = 0,01$	2,316	2,122	10,262	2,793	2,892
			$\xi_2(\dot{Z})$	0,432	0,471	0,097	0,358

– 8,62;  $\xi_1(t) = 2,21 - 11,77t$ ;  $\xi_1(Z) = 2,12 - 10,26Z$  (для  $\alpha = 0,01$ ), що дозволяє зробити висновок: узагальнена залежність  $\lambda = f(Z)$  та  $\lambda = f(r_A)$  для 35 металів та інтервалу температур 100–900 К є нелінійною з високим ступенем нелінійності.

Пояснити виявлені властивості можна наступним чином. Під час кристалізації металів (наприклад, у процесі охолодження розтопів) одночасно утворюється величезна кількість дрібних кристаликів, які заважають один одному вирости і набути правильної форми. Тому будь-який металевий виріб має полікристалічну структуру, що складається із великої кількості дрібних кристаликів – так званих кристалітів, або зерен, які на відміну від чітко огранених монокристалів інших неорганічних речовин мають неправильну форму і різну просторову орієнтацію. З цієї причини у кристалічній структурі металів виникають дефекти, які суттєво впливають на фізичні властивості металів.

## Висновки

1. За літературними даними досліджено температурну залежність коефіцієнта теплопровідності металів та стопів.

2. Встановлено, що за низьких температур ( $T \leq 100$  К) коефіцієнт теплопровідності більшості металів інтенсивно зростає до температури піка максимального його значення. З подальшим збільшенням температури коефіцієнт теплопровідності металів різко зменшується.

3. Встановлено, що за високих температур в межах від 50–100 до 300–2500 К коефіцієнт теплопровідності більшості металів із збільшенням температури зменшується (окрім титану та

металів VB групи Періодичної системи первнів, коефіцієнт теплопровідності яких із збільшенням температури незначно збільшується).

4. Встановлено, що коефіцієнт теплопровідності для більшості досліджених стопів зростає із збільшенням температури (окрім сталей перлітного класу, коефіцієнт теплопровідності яких із збільшенням температури лінійно зменшується).

5. Отримано апроксимаційні залежності коефіцієнта теплопровідності від температури для 35 металів та стопів. Встановлено, що для залежностей  $\lambda \sim f(T)$  існує надійний зв'язок апроксимації як поліномом першого порядку, так і поліномом другого порядку. Для більшості стопів залежність  $\lambda \sim f(T)$  апроксимується поліномом першого порядку (окрім, стопу Cu+1,5%Be, залежність  $\lambda \sim f(T)$  якого апроксимується поліномом другого порядку).

6. Встановлено за результатами кореляційної аналізи, що між коефіцієнтом теплопровідності і радіусом атомів та порядковим номером металів за температур 100, 200, 273, 300 і 900 К немає лінійного зв'язку. Подано оцінку лінійності та нелінійності; узагальнено залежність  $\lambda = f(Z)$  та  $\lambda = f(r_A)$  для 35 металів та інтервалу температур 100–900 К.

**Базюк Л.В.** – викладач кафедри неорганічної та фізичної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

**Сіренко Г.О.** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри неорганічної та фізичної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

- [1] Л.Н. Лариков, Ю.Ф. Юрченко. *Структура и свойства металлов и сплавов. Справочник: Тепловые свойства металлов и сплавов.* Наукова думка, Киев. 438с. (1985).
- [2] В.І. Гомонай *Фізична та колоїдна хімія. Підручник.* Нова книга, Вінниця. 496с. (2007).
- [3] В.И. Горшков, И.А. Кузнецов. *Основы физической химии.* Изд-во МГУ, Москва. 335с. (1993).
- [4] Ф. Даниэльс, Р. Олберти. *Физическая химия.* Мир, Москва. 647с. (1978).
- [5] А.А. Жуховицкий, Л.А. Шварцман. *Краткий курс физической химии.* Металлургия, Москва. 368с. (1979).
- [6] А.Д. Зимон, Н.Ф. Лещенко. *Физическая химия: Учебник.* Химия, Москва. 320с. (2000).
- [7] Л.І. Каданер. *Фізична і колоїдна хемія.* Вища шк., Київ. 288 с. (1983).
- [8] М.Х. Карапетьянц. *Химическая термодинамика.* Химия, Москва. 584с. (1975).
- [9] В.А. Киреев *Краткий курс физической химии. . .* : Химия, Мрсква. 624с. (1978).
- [10] Д.Г. Кнорре, Л.Ф. Крылова, В.С. Музыкантов. *Физическая химия.* Высш. шк., Москва. 328с. (1981).
- [11] О.І. Кононський. *Фізична і колоїдна хімія: Підручник.* Центр учбової л-ри, Київ.: 312 с. (2009).
- [12] К.С. Краснов. *Физическая химия.* Высш. шк., Москва. 512 с. (Ч 1); 332 с. (Ч 2). (1995).

- [13] И.В. Красовский, Е.И. Вайль, В.Д. Безуглый. *Физическая и коллоидная химия*. Вища шк., Киев. 296с. (1983).
- [14] В.І. Лебідь. *Фізична хімія: Підручник*. Фоліо, Харків. 480с. (2005).
- [15] В.С. Ліпатніков, К.М. Козаков. *Фізична і колоїдна хімія*. Вища шк., Київ. 198с. (1983).
- [16] А.Б. Лукьянов. *Физическая и коллоидная химия*. Химия, Москва. 288с. (1988).
- [17] К. Люпис. *Химическая термодинамика материалов*. Металлургия, Москва. 503 с. (1989).
- [18] А.С. Мороз, А.Г. Ковальова. *Фізична та колоїдна хімія*. Світ, Львів. 278с. (1994).
- [19] О.М. Полторак. *Термодинамика в физической химии*. Высш. шк., Москва. 320с. 1991.
- [20] А.В. Свідзинський. *Лекції з термодинаміки: Навч. посібник*. Вежа, Луцьк. 83с. (1999).
- [21] И.А. Семиохин. *Физическая химия*. Изд-во МГУ, Москва. 272 с. (2001).
- [22] А.Г. Стромберг, Д.П. Семченко. *Физическая химия: Учебник*. Высш. шк., Москва. 528 с. (1999).
- [23] А.Г. Стромберг, Д.П. Семченко. *Физическая химия*. Высш. шк., Москва. 496с. (1988).
- [24] К.С. Краснов, Н.К. Воробьев, И.Н. Годнев и др. *Физическая химия*. В 2-х кн. Высш. шк., Москва. 319с. (2001).
- [25] В.І. Кабачний, Л.К. Осіпенко, Л.Д. Грицан та ін. *Фізична і колоїдна хімія*. Прапор, вид-во Укр.ФА, Харків. 368с. (1999).
- [26] Ю.Г. Фролов, В.В. Белик. *Физическая химия*. Химия, Москва. 464 с. (1993).
- [27] Л.Б. Цветкова. *Фізична хімія: Теорія і задачі: Навч. посіб.* Магнолія-2006, Львів: 415с. (2008).
- [28] П. Эткинс. *Физическая химия. В 2-х томах*. Мир, Москва. 582с. (Т. 1). 584с. (Т. 2). (1980).
- [29] Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий*. Наука, Москва. 280с. (1976).
- [30] М.Н. Степнов *Статистическая обработка результатов механических испытаний*. Машиностроение, Москва. 232с. (1972)
- [31] П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм. *Таблицы по математической статистике*. Финансы и статистика, Москва. 272с. (1982).
- [32] *Краткий справочник физико-химических величин*. / Под ред. А.А. Равделя, А.М. Пономаревой. Химия, Ленинград. 232с. (1983).
- [33] Г.О. Сіренко, Л.В. Базюк, Н.В. Мещерякова. *Теплофізичні властивості металів та сплавів: залежність зміни ентальпії від температури та радіусу атомів*. //Фізика і хімія твердого тіла. **12**, (1), сс. 197-207. (2011).
- [34] Л.В. Базюк, Г.О. Сіренко, Н.В. Мещерякова *Теплофізичні властивості металів та сплавів: 2. Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури та радіусу атомів*. //Вісник Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, XIII, сс. 102–121. (2011).

L.V. Bazyuk, H.O. Sirenko

## Thermophysical Properties of Metals and Alloys. 2. Coefficient of Thermal Conductivity Dependence from Temperature and Radius of Atoms

Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,  
57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76025, Ukraine, e-mail: [sirenkog@rambler.ru](mailto:sirenkog@rambler.ru)

The dependence of coefficient of thermal conductivity from temperature, serial number and radius of atom of metals has been analyzed and proved by correlation and regression analysis. It is shown that with increasing temperature for most metals and alloys thermal conductivity decreases. Established that growth between coefficient of thermal conductivity and the radius of metal atoms no linear connection between a metals of periodic elements at temperatures 100, 200, 273, 300 and 900 K is close linear relationship.

**Key words:** metals, alloys, coefficient of thermal conductivity, thermophysical properties, radius of metal atoms, correlation analysis, regression analysis.