ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т.2, №1 (2001) с. 77-85

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V.2, №1 (2001) p.77-85

УДК 533.1, 549.9, 53:51

Я.С. Буджак[1], Д.М.Фреїк[2], О.З. Готра[1], Л.І. Никируй[2], Л.Й. Межиловська[2]

До теорії кінетичних явищ у напівпровідникових кристалах

[1]Національний університет "Львівська політехніка" 79005 м.Львів-13, вул.С.Бандери, 12,
[2]Фізико-хімічний інститут при Прикарпатському університеті ім. В.Стефаника

У роботі досліджується вплив магнітної індукції **B** на значення та симетрію тензорів кінетичних властивостей кристалів.

Ключові слова: кінетичні властивості, тензор, закон дисперсії, енергетичні долини.

В роботі [1] за допомогою рівняння Ліувілля, альтернативно до методу розв'язку кінетичного рівняння Больцмана була обгрунтована нерівноважна статистика електронного газу у кристалах. Це дало можливість, використовуючи статистичні методи, розраховувати ряд термодинамічних та кінетичних вдастивостей кристалів з довільним законом дисперсії носіїв зарядів і різними механізмами розсіювання, включаючи анізотропні та непружні.

В омічній області провідності та у неквантуючому магнітному полі з індукцією **B** тензори питомого опору $(\rho_{ik}(\vec{B}))$, ефекта Холла $(X_{ik}(\vec{B}))$, ефекта Зеєбека $(\alpha_{ik}(\vec{B}))$, поперечного ефекта Нернста-Еттінгсгаузена $(H_{ik}(\vec{B}))$ та теплопровідності носіїв зарядів $(\chi_{ik}(\vec{B}))$ описуються такими загальними формулами [1, 2]:

$$(\rho_{ik}(\vec{B})) = \frac{1}{en}(s_{ik}(\vec{B})); \tag{1}$$

$$(X_{ik}(\vec{B})) = (R_{ik}\delta_{ikl}B_l) = \frac{1}{en}(a_{ik}(\vec{B})); \tag{2}$$

$$(\alpha_{ik}(\vec{B})) = (k/ze)(s_{il}S_{lk}^{(1)}(\vec{B}) + a_{il}A_{lk}^{(1)}(\vec{B})); \tag{3}$$

$$(H_{ik}(\vec{B})) = (N_{ik}\delta_{ikl}B_l) = (k/ze)(s_{il}(\vec{B})A_{lk}^{(1)}(\vec{B}) + a_{il}(\vec{B})S_{lk}^{(1)}) \tag{4}$$

$$\begin{aligned}(\chi_{ik}(\vec{B})) = en(k/e)^2T(S_{ik}^{(1)}(\vec{B}) - S_{il}^{(1)}(\vec{B})s_{lm}(\vec{B})S_{mk}^{(1)}(\vec{B}) - S_{il}^{(1)}(\vec{B})a_{lm}A_{mk}^{(1)}(\vec{B}) - \\ - A_{il}^{(1)}(\vec{B})s_{lm}(\vec{B})A_{mk}^{(1)}(\vec{B}) - A_{il}^{(1)}(\vec{B})a_{lm}(\vec{B})S_{ml}^{(!)}(\vec{B})).\end{aligned} \tag{5}$$

У цих формулах n – концентрація вільних носіїв зарядів у кристалі; $R_{ik}(\vec{B})$, $N_{ik}(\vec{B})$ – коефіцієнти ефекта Холла та поперечного ефекта Нернста-Еттінгсгаузена, $(s_{ik}(\vec{B}))$, $(S_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$ та $(a_{ik}(\vec{B}))$, $(A_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$ – це, відповідно, симетричні та антисиметричні вектори, які мають різні значення для однодолинної та багатодолинної моделей кристала, δ_{ikl} – одиничний антисиметричний тензор Леві-Чівіта, а по суміжних індексах, які повторюються, ведеться сумування.

Тензори $(S_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$ та $(A_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$ в однодолинному напівпровіднику мають такі значення:

$$S_{ik}^{(b)}(\vec{B}) = \ll [U_i\delta_{ik} + U_iU_jU_kB_iB_k]/\delta(\vec{B}) >_S >^{(b)}; \tag{6}$$

$$A_{ik}^{(b)}(\vec{B}) = \ll zU_iU_k\delta_{ikl}B_l/\delta(\vec{B}) >_S >^{(b)}; \tag{7}$$

$$\delta(\vec{B}) = 1 + B_1^2U_2U_3 + B_2^2U_1U_3 + B_3^2U_1U_2, \tag{7a}$$

де для зручності записів введені такі позначення:

$$< F/\delta(\vec{B}) >_S = \oint F/\delta(\vec{B})\frac{dS}{|\nabla_P\varepsilon_P|} / \oint\frac{dS}{|\nabla_P\varepsilon_P|}; \tag{8}$$

$$< \varphi >^{(b)} = \int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon-\mu}{kT}\right)^b G(\varepsilon)\varphi(\varepsilon)\left(-\frac{df_0}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon/n; \tag{9}$$

$$G(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon g(\varepsilon)d\varepsilon = \int_0^\varepsilon \left(\frac{2}{n^3}\oint\frac{dS}{|\nabla_P\varepsilon_P|}\right)d\varepsilon; \tag{10}$$

$$n = \int_0^\infty G(\varepsilon)\left(-\frac{df_0}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon; \qquad f_0 = \left(e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1\right)^{-1}. \tag{11}$$

U_i – функції розсіювання, які мають розмірність рухливості [1]; через посередництво яких механізми розсіювання впливають на кінетичні властивості кристалів. Всі інші позначення у формулах (1)-(11) – загальновживані.

У формулах (1)-(5) тензори $(s_{ik}(\vec{B}))$ та $(a_{ik}(\vec{B}))$ – симетрична та антисиметрична частини оберненого тензора, відповідно.

$$(S_{ik}^0(\vec{B}) + A_{ik}^0(\vec{B}))^{-1} = (s_{ik}(\vec{B})) + (a_{ik}(\vec{B})). \tag{12}$$

Поскільки, для довільного напрямку неквантуючого магнітного поля ці тензори описуються громіздкими виразами, вони приводять у математичному додатку до роботи.

Тензори (6) і (7) та $(s_{ik}(\vec{B}))$ і $(a_{ik}(\vec{B}))$ в багатодолинній моделі кристала, енергетичні долини якого розташовані так, як в n-Ge або n-Si, а лабораторна система координат збігається з головними осями однієї з долин, мають такі значення:

$$S_{ik}^{(b)}(\vec{B}) = U_C^{(b)}(\vec{B}) + S^{(b)}(\vec{B})B_iB_k; \tag{13}$$

$$A_{ik}^{(b)}(\vec{B}) = Zr^{(b)}(\vec{B})\delta_{ikl}B_l; \tag{14}$$

$$s_{ik}(\vec{B}) = \frac{\delta_{ik}}{U_C^{(0)}(\vec{B})\Delta(\vec{B})} + \frac{[r^{(0)}(\vec{B})^2 - U_C^{(0)}(\vec{B})S^{(0)}(\vec{B})]B_lB_k}{U_C^{(0)}(\vec{B})^2[U_C^{(0)}(\vec{B}) + S^{(0)}(\vec{B})B^2]\Delta(\vec{B})}; \tag{15}$$

$$a_{ik}(\vec{B}) = -Z\frac{r^{(0)}(\vec{B})}{U_C^{(0)}(\vec{B})^2\Delta(\vec{B})}\delta_{ikl}B_l. \tag{16}$$

Тут використано такі позначення:

$$U_C^{(b)}(\vec{B}) = \frac{\gamma}{3} << \frac{U_1 + U_2 + U_3}{\delta(\vec{B})} >_S >^{(b)}; \tag{16.1}$$

$$S^{(b)}(\vec{B}) = \gamma << \frac{U_1 U_2 U_3}{\delta(\vec{B})} >_S >^{(b)}; \tag{16.2}$$

$$r^{(b)}(\vec{B}) = \frac{\gamma}{3} << \frac{U_1 U_2 + U_1 U_3 + U_2 U_3}{\delta(\vec{B})} >_S >^{(b)}; \tag{16.3}$$

$$\Delta(\vec{B}) = 1 + \frac{r^{(0)}(\vec{B})^2}{U_C^{(0)}(\vec{B})^2} B^2, \tag{16.4}$$

де γ – кількість енергетичних долин в зоні Бріллюена.

Приведені в даній роботі загальні розрахункові алгоритми розкривають у загальному випадку природу кінетичних властивостей кристалів. Для конкретних напівпровідників треба знати закон дисперсії $\varepsilon_P = \varepsilon(\vec{P})$, та функції розсіювання U_I. А це вже інші квантово-механічні проблеми фізики твердого тіла.

Загальні розрахункові формули (1-16) сильно спрощуються для кристалів з ізотропним законом дисперсії $\varepsilon_P = \varepsilon(p)$ для носіїв зарядів, які ізотропно і пружньо розсіюються на дефектах кристалічної гратки. В такому випадку анізотропні функції розсіювання U_I вироджуються в скаляри, які залежать лише від енергії носіїв зарядів [2]. У зв'язку з цим операція усереднення функцій по енергетичній поверхні не змінює їх значення. Тобто маємо

$$U_i = U_j = U_K = U(\varepsilon);$$
$$< U_j^l >_S = U(\varepsilon)^l. \tag{17}$$

Для таких кристалів компоненти кінетичних тензорів $(S_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$, $(A_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$ та $(s_{ik}(\vec{B}))$ і $(a_{ik}(\vec{B}))$ мають такі значення:

$$S_{ik}^{(b)}(\vec{B}) = < [U\delta_{ik} + U^3 B_i B_k] / \delta(\vec{B}) >^{(b)}; \tag{18}$$

$$A_{ik}^{(b)}(\vec{B}) = < zU^2 \delta_{ikl} B_l / \delta(\vec{B}) >^{(b)}; \tag{19}$$

$$\begin{aligned} s_{ik}(\vec{B}) = {} & [1/ < U/\delta(\vec{B}) >^{(0)}]\delta_{ik} + ([< U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)2} - \\ & < U^3/\delta(\vec{B}) >^{(0)} < U/\delta(\vec{B}) >^{(0)}] / < U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)2} < U >^{(0)} \Delta(\vec{B}))B_i B_k ; \end{aligned} \tag{20}$$

$$a_{ik}(\vec{B}) = [< U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)} / U/\delta(\vec{B}) >^{(0)2} \Delta(\vec{B})]\delta_{ikl} B_l; \tag{21}$$

$$\delta(\vec{B}) = 1 + U^2(B_1^2 + B_2^2 + B_3^2) = 1 + U^2 B^2; \tag{22}$$

$$\Delta(\vec{B}) = 1 + < U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)2} B^2 / < U/\delta(\vec{B}) >^{(0)2}. \tag{23}$$

Формули (20-25) показують, що тензори кінетичних властивостей кристалів з ізотропним законом дисперсії у відсутності магнітного поля вироджуються у скаляри.

Загальний аналіз тензорів властивостей (1)-(5) показує, що їх симетрія та значення сильно залежать від величини та напрямку неквантуючого магнітного поля з вектором індукції **B**. Найпростішу симетрію ці тензори мають коли вектор магнітної індукції спрямований вздовж однієї головної осі енергетичної долини. Тоді всі симетричні тензори стають діагональними, а антисиметричні – мають найпростішу форму. Так, наприклад, якщо головні осі (XYZ) енергетичної долини, з якими співпадають осі лабораторної системи координат, позначити відповідно трійкою чисел (ijl), а вектор магнітної індукції спрямований вздовж осі "l", то в омічній області провідності та в неквантуючому магнітному полі з індукцією $\mathbf{B_l}$ компоненти тензорів, які описуються загальними формулами (1-5) мають такі значення:

$$\rho_{ii}(\vec{B}_l)=\frac{1}{en}s_{ii}(\vec{B}_l)\,;\qquad \rho_{jj}(\vec{B}_l)=\frac{1}{en}s_{jj}(\vec{B}_l)\,; \tag{24}$$

$$\rho_{ll}(\vec{B}_l)=\frac{1}{en}s_{ll}(\vec{B}_l)\,; \tag{25}$$

$$R_{ij}(\vec{B}_l)=R_{ji}(\vec{B}_l)=\frac{1}{en\delta_{ijl}B_l}a_{ij}(\vec{B}_l)\,; \tag{26}$$

$$\alpha_{ii}(\vec{B}_l)=(k/ze)[s_{ii}(\vec{B}_l)S_{ii}^{(1)}(\vec{B}_l)+a_{ji}(\vec{B}_l)A_{ji}^{(1)}(\vec{B}_l)]\,; \tag{27}$$

$$\alpha_{jj}(\vec{B}_l)=(k/ze)[s_{jj}(\vec{B}_l)S_{jj}^{(1)}(\vec{B}_l)+a_{ji}(\vec{B}_l)A_{ij}^{(1)}(\vec{B}_l)]\,; \tag{28}$$

$$\alpha_{ll}(\vec{B}_l)=(k/ze)s_{ll}(\vec{B}_l)S_{ll}^{(1)}(\vec{B}_l)\,; \tag{29}$$

$$N_{ij}(\vec{B}_l)=zknR_{ij}(\vec{B}_l)[s_{ii}(\vec{B}_l)A_{ij}^{(1)}(\vec{B}_l)/a_{ij}(\vec{B}_l)+S_{jj}^{(1)}(\vec{B}_l)]\,; \tag{29}$$

$$N_{ji}(\vec{B}_l)=zknR_{ji}(\vec{B}_l)[s_{jj}(\vec{B}_l)A_{ji}^{(1)}(\vec{B}_l)/a_{ji}(\vec{B}_l)+S_{ii}^{(1)}(\vec{B}_l)]\,; \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\chi_{ii}(\vec{B}_l)&=en(k/e)^2T\{S_{ii}^{(2)}(\vec{B}_l)-[S_{ii}^{(1)}(\vec{B}_l)]^2s_{ii}(\vec{B}_l)-\\ &2S_{ii}^{(1)}(\vec{B}_l)a_{ij}(\vec{B}_l)A_{ji}^{(1)}(\vec{B}_l)+[A_{ij}^{(1)}(\vec{B}_l)]^2s_{jj}(\vec{B}_l)\}\end{aligned}\,; \tag{31}$$

$$\begin{aligned}\chi_{jj}(\vec{B}_l)&=en(k/e)^2T\{S_{jj}^{(2)}(\vec{B}_l)-[S_{jj}^{(1)}(\vec{B}_l)]^2s_{jj}(\vec{B}_l)-\\ &2S_{jj}^{(1)}(\vec{B}_l)a_{ji}(\vec{B}_l)A_{ij}^{(1)}(\vec{B}_l)+[A_{ji}^{(1)}(\vec{B}_l)]^2s_{ii}(\vec{B}_l)\}\end{aligned}\,; \tag{32}$$

$$\chi_{ll}(\vec{B}_l)=en(k/e)^2T\{S_{ll}^{(2)}(\vec{B}_l)-[S_{ll}^{(1)}(\vec{B}_l)]^2s_{ll}(\vec{B}_l)\}\,. \tag{33}$$

У цих формулах $s_{ii}(\vec{B}_l)$ і $S_{ii}^{(b)}(\vec{B}_l)$, та $a_{ij}(\vec{B}_l)$ і $A_{ij}^{(b)}(B\quad)$ – компоненти симетричних та антисиметричних тензорів, відповідно, які мають найпростішу будову. Вони мають різні значення для однодолинної та багатодолинної моделей кристала.

В однодолинному напівпровіднику ці компоненти дорівнюють:

$$S_{ii}^{(b)}(\vec{B}_l)=<<\frac{U_i}{\delta(\vec{B}_l)}>_S>^{(b)}\,;\qquad S_{jj}^{(b)}(\vec{B}_l)=<<\frac{U_j}{\delta(\vec{B}_l)}>_S>^{(b)}\,;$$

$$S_{ll}^{(b)}(\vec{B}_l)=<<U_l>_S>^{(b)}=S_{ll}^{(b)}(0)\,; \tag{34}$$

$$A_{ij}^{(b)}(\vec{B}_l)=-A_{ji}^{(b)}(\vec{B}_l)=Z<<\frac{U_iU_j}{\delta(\vec{B}_l)}>_S>^{(b)}\;\delta_{ijl}B_l \tag{35}$$

$$s_{ii}(\vec{B}_l)=\frac{1}{S_{ii}^{(0)}(\vec{B}_l)\Delta_0(\vec{B}_l)}\,;\quad s_{jj}(\vec{B}_l)=\frac{1}{S_{jj}^{(0)}(\vec{B}_l)\Delta_0(\vec{B}_l)}\,; \tag{36}$$

$$s_{ll}(\vec{B}_l)=\frac{1}{S_{ll}^{(0)}(0)}=s_{ll}(0)\,; \tag{37}$$

$$a_{ij}(\vec{B}_l)=-a_{ji}(\vec{B}_l)=-\frac{A_{ij}^{(0)}\vec{(}Bl)}{S_{ii}^{(0)}(\vec{B}_l)S_{jj}^{(0)}(\vec{B}_l)\Delta_0(\vec{B}_l)}\,; \tag{38}$$

$$\Delta_0(\vec{B}_l)=1+\frac{A_{ij}^{(0)}(\vec{B}_l)^2}{S_{ii}^{(0)}(\vec{B}_l)S_{jj}^{(0)}(\vec{B}_l)}\,;\qquad \delta(\vec{B}_l)=1+U_1U_2B_l^2\,. \tag{39}$$

У багатодолинній моделі кристала компоненти тензорів (13-16) мають такі значення:

$$S_{ii}^{(b)}(\vec{B}_l) = S_{jj}^{(b)}(\vec{B}_l) = U_C^{(b)}(\vec{B}_l)\,; \tag{40}$$

$$S_{ll}^{(b)}(\vec{B}_l) = U_C^{(b)}(\vec{B}_l) + S^{(b)}(\vec{B}_l)B_l^2\,; \tag{41}$$

$$A_{ij}^{(b)}(\vec{B}_l) = -A_{ij}^{(b)}(\vec{B}_l) = Zr^{(b)}(\vec{B}_l)\delta_{ijl}B_l\,; \tag{42}$$

$$s_{ii}(\vec{B}_l) = s_{jj}(\vec{B}_l) = \frac{1}{U_C^{(0)}(\vec{B}_l)\Delta_\delta(\vec{B}_l)}\,; \tag{43}$$

$$s_{ll}(\vec{B}_l) = \frac{1}{U_C^{(0)}(\vec{B}_l) + S^{(0)}(\vec{B}_l)B_l^2}\,; \tag{44}$$

$$a_{ij}(\vec{B}_l) = -a_{ji}(\vec{B}_l) = -\frac{A_{ij}^{(0)}(\vec{B}_l)}{U_C^{(0)}(\vec{B}_l)^2\Delta_\sigma(\vec{B}_l)}\,; \tag{45}$$

$$\Delta_l(\vec{B}_l) = 1 + \frac{[r^{(0)}(\vec{B}_l)]^2}{U_C^{(0)}(\vec{B}_l)^2}B_l^2 = 1 + \frac{A_{ij}^{(b)}(\vec{B}_l)^2}{U_C^{(0)}(\vec{B}_l)^2}\,; \tag{46}$$

$$U_C^{(b)}(\vec{B}_l) = \frac{\gamma}{3} << \frac{U_1 + U_2 + U_3}{\delta(\vec{B}_l)} >_S>^{(b)}\,; \quad S^{(b)}(\vec{B}_l) = \gamma\frac{U_1U_2U_3}{\delta(\vec{B}_l)} >_S>^{(b)}\,; \tag{47}$$

$$r^{(b)}(\vec{B}_l) = \frac{\gamma}{3} << \frac{U_1U_2 + U_1U_3 + U_2U_3}{\delta(\vec{B}_l)} >_S>^{(b)}\,. \tag{48}$$

Загальний аналіз одержаних результатів показує, що кінетичні властивості кристалів при наявності магнітного поля завжди описуються тензорами другого рангу, які у відсутності магнітного поля можуть вироджуватися у скаляри, тобто ізотропні кінетичні властивості кристалів при наявності магнітного поля завжди будуть анізотропними.

З цього аналізу видно, що у багатодолинних кристалах із анізотропними долинами тензори кінетичних властивостей без наявності магнітного поля вироджуються у скаляри, хоча для окремих долин вони мають анізотропний характер і описуються тензорами другого рангу. Таким чином, багатодолинні кристали з анізотропними долинами без наявності магнітного поля ведуть себе, як ізотропне середовище. Ізотропне середовище характеризує себе тим, що кожна пряма, яка проходить через будь-яку точку середовища, є віссю обертання безмежного порядку.

При накладанні магнітного поля на таке середовище з'являються певні елементи симетрії, а головне – кожна, пряма, яка паралельна вектору магнітної індукції **B** є віссю обертання безмежного порядку, а площина, яка проходить через таку вісь, є площиною симетрії. Середовище з такими елементами симетрії називається гіротропним.

В гіротропному середовищі поперечний ефект Холла характеризується лише одним значенням коефіцієнта Холла, який може бути парною ізотропною функцією вектора $\vec{B}$.

В анізотропному середовищі можуть бути три різні коефіцієнти Холла, які будуть парними анізотропними функціями вектора магнітної індукції. Такою ж функцією буде одинокий коефіцієнт Холла у багатодолинних кристалах кубічної сингонії. Такі кристали у магнітному полі ведуть себе інакше, ніж ізотропне середовище.

В анізотропному середовищі, на відміну від ізотропного, існує ряд гальваномагнітних і термомагнітних явищ, зумовлених анізотропними властивостями кристалів.

Загальний аналіз розрахункових

алгоритмів показує, що у багатодолинних провідних кристалах завжди існують поздовжні та поперечні гальваномагнітні і термомагнітні ефекти, тоді як в однодолинних поздовжніх ефектів немає. Немає поздовжніх ефектів і у провідних ізотропних середовищах, а також в кристалах із сферичними долинами, для яких $U_1 = U_2 = U_3 = U$.

Отже, відсутність поздовжніх гальваномагнітних та термомагнітних ефектів свідчить або про однодолинну модель кристала, або про сферичність його долин.

Формули (24-34), дають можливість у загальному випадку якісно проаналізувати вплив магнітного поля B_l на кінетичні властивості кристалів у двох крайніх випадках: у слабкому та класично сильному магнітному полі.

Магнітне поле з індукцією B_L у кристалі називається слабким, якщо воно відповідає такій умові: $U_i U_j B_l^2 << 1$. При цій умові $\delta(\vec{B}_l) \approx 1$; $\Delta_0(\vec{B}_l) = \Delta_\delta(\vec{B}_l) \approx 1$. Обчислюючи за цих умов відповідні тензори, легко знайдемо кінетичні властивості (24-34), як для однодолинної моделі кристалів, так і для багато долинних, нехтуючи у цих формулах доданками, пропорційними B_L^2. У зв'язку з цим для слабкого магнітного поля маємо:

$$\rho_{ii}(0) = [1/en]s_{ii}(0); \qquad \rho_{jj}(0) = [1/en]s_{jj}(0);$$

$$\rho_{ll}(0) = [1/en]s_{ll}(0); \tag{49}$$

$$R_{ij}(0) = R_{ji}(0) = \frac{1}{en}\left(\frac{a_{ij}(\vec{B}_l)}{\delta_{ijl}B_l}\right)_{B_l \to 0}; \tag{50}$$

$$\alpha_{ii}(0) = (k/ze)s_{ii}(0)S_{ii}^1(0); \tag{51.а}$$

$$\alpha_{jj}(0) = (k/ze)s_{jj}(0)S_{jj}^1(0); \tag{51.б}$$

$$\alpha_{ll}(0) = (k/ze)s_{ll}(0)S_{ll}^1(0); \tag{51.в}$$

$$N_{ij}(0) = zknR_{ij}(0)[s_{ii}(0)A_{ij}^{(1)}(0)/a_{ij}(0) + S_{jj}^{(1)}(0)]; \tag{52.а}$$

$$N_{ji}(0) = zknR_{ji}(0)[s_{jj}(0)A_{ji}^{(1)}(0)/a_{ji}(0) + S_{ii}^{(1)}(0)]; \tag{52.б}$$

$$\chi_{ii}(0) = (k/e)^2 T\{S_{ii}^{(2)}(0) - [S_{ii}^{(0)}(0)]^2 s_{ii}(0)]\}; \tag{53.а}$$

$$\chi_{jj}(0) = (k/e)^2 T\{S_{jj}^{(2)}(0) - [S_{jj}^{(0)}(0)]^2 s_{jj}(0)]\}; \tag{53.б}$$

$$\chi_{ll}(0) = (k/e)^2 T\{S_{ll}^{(2)}(0) - [S_{ll}^{(0)}(0)]^2 s_{ll}(0)]\}; \tag{53.в}$$

Отже у слабкому магнітному полі кінетичні властивості кристалів (49-53) не залежать від магнітного поля. В однодолинних кристалах ці властивості мають анізотропний характер, і їх анізотропія повністю визначається характером анізотропії закону дисперсії та функцією розсіювання U_i (мікроскопічної рухливості). У багато долинних кубічних кристалах властивості (49-53), як показує аналіз цих формул, є скалярними величинами.

Крім того, загальний аналіз формул (49)-(53) показує, що в однодолинних кристалах відсутні поздовжні гальваномагнітні та термомагнітні ефекти. Відсутність цих ефектів має просте фізичне пояснення, але теоретично це пов'язане з тим, що компоненти симетричних тензорів s_{ll}, формула (37) та $S_{ll}^{(b)}$, формула (34), не залежать від магнітного поля B_L, тобто, ρ_{ll}, α_{ll}, χ_{ll} від магнітного поля не залежать. У багатодолинних кристалах ця залежність існує (41)-(44), тому в таких кристалах і спостерігаються відповідні поздовжні ефекти.

Розглянемо тепер ці самі властивості кристалів у класично сильному магнітному полі, коли виконується умова

$(U_i U_j B_L)^2 >> 1$. При цій умові $\delta(\vec{B}_l) = 1 + (U_i U_j B_l)^2 \approx (U_i U_j B_l)^2$, $\Delta_0(\vec{B}_l) \approx A_{ij}^{(0)}(\vec{B}_l)^2 / S_{ii}^{(0)}(\vec{B}_l) S_{jj}^{(0)}(\vec{B}_l)$, $\Delta_\delta(\vec{B}_l) \approx A_{ij}^{(0)}(\vec{B}_l)^2 / U_C^{(0)}(\vec{B}_l)^2$. Розраховуючи за цих умов властивості (24-34) і знехтувавши у загальних формулах доданками, пропорційними B_L^{-2} легко знайдемо їх асимптотичні значення для обох моделей кристалів:

$$\rho_{ii}(\infty) = [1/en] S_{jj}^{(0)}(\infty) A_{ji}^{(0)}(\infty)^2 ; \tag{54.а}$$

$$\rho_{jj}(\infty) = [1/en] S_{ii}^{(0)}(\infty) A_{ij}^{(0)}(\infty)^2 ; \tag{54.б}$$

$$\rho_{ii}(\infty) = [1/en S_{jj}(\infty)] ; \tag{54.в}$$

$$R_{ij}(0) = R_{ji}(0) = \frac{1}{en}\left(A_{ij}^{(0)}(\infty)\infty\right)^{-1} ; \tag{55}$$

$$\alpha_{ii}(\infty) = \alpha_{jj}(\infty) = (k/ze)[A_{ij}^{(1)}(\infty)/A_{ij}^{(0)}(\infty)] ; \tag{56.а}$$

$$\alpha_{ll}(\infty) = (k/ze)[S_{ll}^{(1)}(\infty)/S_{ll}^{(0)}(\infty)] ; \tag{56.б}$$

$$N_{ij}(\infty) = zknR_{jj}(\infty)[S_{jj}^{(1)}(\infty) - S_{jj}^{(0)}(\infty) A_{ij}^{(1)}(\infty)/A_{ij}^{(0)}(\infty)] ; \tag{57.а}$$

$$N_{ji}(\infty) = zknR_{ji}(\infty)[S_{ii}^{(1)}(\infty) - S_{ii}^{(0)}(\infty) A_{ji}^{(1)}(\infty)/A_{ji}^{(0)}(\infty)] ; \tag{57.б}$$

$$\chi_{ii}(\infty) = (k/e)^2 T[S_{ii}^{(2)}(\infty) - 2S_{ii}^{(1)}(\infty) A_{ji}^{(1)}(\infty)/A_{ji}^{(0)}(\infty) + S_{ii}^{(0)}(\infty) A_{ji}^{(1)}(\infty)^2 / A_{ji}^{(0)}(\infty)^2] ; \tag{58.а}$$

$$\chi_{jj}(\infty) = (k/e)^2 T[S_{jj}^{(2)}(\infty) - 2S_{jj}^{(1)}(\infty) A_{ji}^{(1)}(\infty)/A_{ji}^{(0)}(\infty) + S_{jj}^{(0)}(\infty) A_{ji}^{(1)}(\infty)^2 / A_{ji}^{(0)}(\infty)^2] ; \tag{58.б}$$

$$\chi_{ll}(\infty) = (k/e)^2 T\{S_{ll}^{(2)}(\infty) - [S_{ll}^{(1)}(\infty)]^2 s_{ll}(\infty)\} . \tag{58.в}$$

В цих асимптотичних формулах знаком ∞ позначена магнітна індукція B_L, яка відповідає умові класично сильного иагнітного поля.

Асимптотичні формули (49)-(53), (54)-(58) дають можливість у загальному випадку проаналізувати вплив симетрії закону дисперсії носіїв зарядів $\varepsilon = \varepsilon(p)$ на кінетичні властивості кристалів. Але ця проблема буде розглянута вже в іншій роботі.

ДОДАТОК

Кінетичні властивості кристалів за формулами (1-5) визначаються відповідно тензорами $(S_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$, $(A_{ik}^{(b)}(\vec{B}))$ та $(s_{ik}(\vec{B}))$, $(a_{ik}(\vec{B}))$.

Тензор $(s_{ik}(\vec{B}) + a_{ik}(\vec{B}))$ є обернений до тензора $(S_{ik}^{(0)}(\vec{B}) + A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))$, тобто

$$(S_{ik}^{(0)}(\vec{B}) + A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))^{-1} = (s_{ik}(\vec{B}) + a_{ik}(\vec{B})) . \tag{1.мд}$$

За допомогою алгебри тензорного числення після нескладних але громіздких розрахунків знаходимо відповідні компоненти тензорів $(s_{ik}(B))$ та $(a_{ik}(B))$:

$$s_{11}(\vec{B}) \cdot \det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B}) + A_{ik}^{(0)}(\vec{B})) = << U_2/\delta(\vec{B}) >_S >^{(0)} << U_3/\delta(\vec{B}) >_S >^{(0)} +$$
$$+ << U_3 U_2/\delta(\vec{B}) >_S >^{(0)2} B_1^2 + << U_1 U_2 U_3/\delta(\vec{B}) >_S >^{(0)} [<< U_3/\delta(\vec{B}) >_S >^{(0)} B_2^2 +$$
$$+ << U_2/\delta(\vec{B}) >_S >^{(0)} B_3^2] ;$$

$$s_{12}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_1U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_3U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}-$$
$$-<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}]B_1B_2;$$
$$s_{13}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_1U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}-$$
$$-<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}]B_1B_3;$$
$$s_{21}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_3U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}-$$
$$-<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}]B_2B_1;$$
$$s_{22}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}+$$
$$+<<U_3U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)2}\,B_2^2+<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,[<<U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_1^2+$$
$$+<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_3^2];$$
$$s_{23}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_2U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_1U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}-$$
$$-<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}]B_2B_3;$$
$$s_{31}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_3U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_2U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}-$$
$$-<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}]B_3B_1;$$
$$s_{32}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_3U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_1U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}-$$
$$-<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}]B_3B_2;$$
$$s_{33}(\vec{B})\cdot\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))=[<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}+$$
$$+<<U_1U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_3+<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,[<<U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_1^2+ \qquad (3.\text{мд})$$
$$+<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_2^2];$$

$$a_{11}(\vec{B})=a_{22}(\vec{B})=a_{33}(\vec{B})=0;$$
$$a_{12}(\vec{B})=-a_{21}(\vec{B})=-[<<U_1U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}+$$
$$+F(\vec{B})]B_3/\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}));$$
$$a_{13}(\vec{B})=-a_{31}(\vec{B})=-[<<U_1U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}+$$
$$+F(\vec{B})]B_2/\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}));$$
$$a_{23}(\vec{B})=-A_{32}(\vec{B})=-[<<U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}<<U_1/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}+ \atop +F(\vec{B})]B_1/\det(S_{ik}^{(0)}(\vec{B})+A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))\;; \qquad (4.\text{мд})$$
$$F(\vec{B})=<<U_1U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,[<<U_2U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_1^2+ \atop +<<U_1U_3/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_2^2+<<U_1U_2/\delta(\vec{B})>_S>^{(0)}\,B_3^2]\;;$$

$$\det(S^{(0)}_{ik}(\vec{B}) + A^{(0)}_{ik}(\vec{B})) =$$
$$= << U_1/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_2/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} +$$
$$+ << U_1/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_2U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)2}\ B_1^2 +$$
$$+ << U_2/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_1U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)2}\ B_2^2 +$$
$$+ << U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_1U_2/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)2}\ B_3^2 +$$
$$+ << U_1U_2U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} [<< U_2/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)}\ B_1^2 +$$
$$+ << U_1/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)}\ B_2^2 +$$
$$+ << U_1/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)} << U_2/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)}\ B_3^2 +$$
$$+ (<< U_2U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)}\ B_1^2 + << U_1U_3/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)}\ B_2^2 + << U_1U_2/\delta(\vec{B}) >_S>^{(0)}\ B_3^2)^2]$$

В ізотропних кристалах $U_i = U_j = U_k$; $<< U_j^l >_S >= U(\varepsilon)^l$. Тому розрахунки в формулах (2.мд-5.мд) сильно спрощуються.

Тоді, згідно з цими формулами, маємо:

$$\det(S^{(0)}_{ik}(\vec{B}) + A^{(0)}_{ik}(\vec{B})) = < U >^{(0)} < U/\delta(\vec{B}) >^{(0)}\ \Delta(\vec{B}); \qquad (5.мд)$$
$$s_{ik}(\vec{B}) = [1/< U/\delta(\vec{B}) >^{(0)}]\delta_{ik} + \{[< U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)2} -$$
$$- < U^3/\delta(\vec{B}) >^{(0)} < U/\delta(\vec{B}) >^{(0)}]/U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)2} < U >^{(0)}\ \Delta(\vec{B})\}B_iB_k;$$
$$a_{ik}(\vec{B}) = [< U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)}\ /\ U/\delta(\vec{B}) >^{(0)2}\ \Delta(\vec{B})]\delta_{ikl}B_l;$$
$$\delta(\vec{B}) = 1 + U^2(B_1^2 + B_2^2 + B_3^2) = 1 + U^2B^2;$$
$$\Delta(\vec{B}) = 1 + U^2/\delta(\vec{B}) >^{(0)2}\ B^2/U/\delta(\vec{B}) >^{(0)2}.$$

[1] Я.С.Буджак, Д.М.Фреїк, Л.І.Никируй, Л.Й.Межиловська Елементи теорії термодинамічних та кінетичних властивостей кристалів // *Фізика і хімія твердого тіла*. **1**(2). сс.159-166 (2000).

[2] Я.С.Буджак Кінетичні властивості анізотропних кристалів *// Деп. В ДНТБ України* 27.04.2000. 86-Ук (2000).

J.S.Budjak[1], D.M.Freik[2], O.Z.Gotra[1], L.I.Nykyruy[2], L.Y.Mezhylovska[2]

For the theory of the kinetik phenomenon of the semiconductor crystals

[1]State University "Lvivska Polytehnika", 79005, Lviv, Bandera str., 12

[2] Physics-Chemical Institute at the Precarpathian University named by V.Stefanyk, 76025, Ivano-Frankivsk, Shevchenko str., 57

This work is by prolongation of article [1]. Is investigated the influencing value and directions of a magnetic induction vector B on value and symmetry of tensors of the crystals kinetic properties.