

В.А. Шендеровський

## Зонно-структурний механізм в комбінаційному розсіянні світла в нерівноважній напівпровідниковій плазмі

*Інститут фізики НАН України, Україна, 03028 Київ, пр. Науки, 46.  
Тел. 525-07-77, tel/fax: 525-55-71, E-mail: [schender@iop.kiev.ua](mailto:schender@iop.kiev.ua)*

Показано, що в нерівноважній плазмі з нестандартним законом дисперсії енергії переріз розсіяння електромагнітних хвиль помітно залежить від степені непараболічності та орієнтації полів відносно кристалографічних вісей. За певних умов (цілком реальних для більшості напівпровідникових матеріалів) переріз розсіяння хвиль може сягати аномально великих значень в порівнянні з величинами, які є в рівноважній плазмі і при врахуванні тільки флуктуацій концентрації носіїв. Отримано конкретні вирази для коефіцієнта розсіяння (трансформації) хвиль на флуктуаціях в конкретних напівпровідниках.

**Ключові слова:** напівпровідник з нестандартним законом дисперсії, переріз розсіяння, гріюче поле.

*Стаття постуила до редакції 11.10.2004; прийнята до друку 10.05.2005.*

Відкриття явища комбінаційного розсіяння світла сприяло створенню найбільш ефективних методик досліджень у фізиці, біології та інших науках. З появою лазерних джерел світла великої потужності були виявлені нові явища в комбінаційному розсіянні світла [1, 2]. Це в свою чергу стимулювало примінення цієї методики для діагностики плазми та створення твердотільних лазерів з керованою частотою випромінювання.

Теоретичні дослідження комбінаційного розсіяння світла багатогранні і зазвичай містять розділ з вивчення раман-розсіяння світла в напівпровідниках [3, 4]. Оскільки в напівпровідниках можна створити нерівноважну плазму при фактично незмінній температурі ґратки, тобто тим самим виникає можливість впливати електричним полем на середню енергію носіїв, а значить змінювати характер поширення хвиль в напівпровідниках [5, 6].

Розглянемо розсіяння світла в нерівноважній напівпровідниковій плазмі з нестандартним законом дисперсії енергії носіїв, тобто напівпровідники в яких

$\varepsilon(\vec{p}) \neq \frac{p^2}{2m}$  ( $\vec{p}$  – імпульс носія, а  $m$  – його ефективна

маса). Це можуть бути зокрема такі напівпровідникові матеріали, як р-Te, р-Ge, сполуки  $A_3B_5$ ,  $A_2B_6$ , вузькощілинні напівпровідники, а також надґратки. Важливим є те, що маса носія  $m$  в цих напівпровідниках є функцією прикладеного електричного поля  $\vec{F}$ .

Як свідчать дослідження транспортних явищ в таких напівпровідниках, можуть з'являтися нетривіальні ефекти: плазмоелектричний ефект,

змішані плазмон-фононні, плазмон-поляритонні гілки і т.д. [7, 8].

Викладемо схематично розв'язання задачі розсіяння (трансформації) падаючої електромагнітної хвилі  $\vec{E}_0 = \vec{E}^0 \cos(\omega^0 t - \vec{k}^0 \vec{r})$  в нерівноважній напівпровідниковій плазмі. Функцію розподілу носіїв по імпульсам  $f(\vec{p})$  в сталому полі  $\vec{F}$  вважаємо відомою. Стан плазми, в якій поширюється поздовжня електромагнітна хвиля описується функцією розподілу  $F(\vec{p}, \vec{r}, t)$ , яка знаходиться з кінетичного рівняння Больцмана [9]. Причому повна функція розподілу носіїв  $F(\vec{p}, \vec{r}, t)$  вибирається у вигляді суми рівноважної функції розподілу  $f(\vec{p})$  і доданок  $\phi^0(\vec{p}, \vec{r}, t)$ ,  $\delta\phi(\vec{p}, \vec{r}, t)$ ,  $\phi^1(\vec{p}, \vec{r}, t)$ , зумовлених впливом на рівноважну функцію носіїв по імпульсам сумарного електричного поля:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{F} + \vec{E}^0(\vec{r}, t) + \delta\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{E}^1(\vec{r}, t). \quad (1)$$

Поля падаючої хвилі  $\vec{E}^0$ , флуктуаційних  $\delta\vec{E}$  і розсіяних  $\vec{E}^1$  хвиль вважаються малими в порівнянні з гріючим носії полем  $\vec{F}$ .

Підставляючи в кінетичне рівняння функцію розподілу  $F(\vec{p}, \vec{r}, t)$  і поле у вигляді (1) і збираючи члени одного порядку малості, отримуємо систему рівнянь для знаходження доданок  $\phi^0$ ,  $\delta\phi$  і  $\phi^1$  до функції розподілу [5]. Знаючи функцію  $\phi^1(\vec{k}, \omega)$  можна знайти компоненти вектора струму:

$$\begin{aligned} J_{\alpha}^1(\vec{k}, \omega) &\equiv \epsilon_0 \int \frac{\partial \epsilon}{\partial p_{\alpha}} \phi^1(\vec{k}, \omega) d\vec{p} = \\ &= \sum_{\beta} \sigma_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega) E_{\beta}^1(\vec{k}, \omega) + J_{\alpha}^1(\vec{k}, \omega), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\epsilon_0$  – елементарний заряд,  $\sigma_{\alpha\beta}(\vec{k}, \omega)$  – тензор електропровідності, який дає звичайний вклад в тензор діелектричної проникності, а струм  $J_{\alpha}^1(\vec{k}, \omega)$  викликає розсіяння (трансформацію) падаючої хвилі.

Підставляючи (2) в рівняння Максвела, отримуємо зв'язок  $\vec{J}^1(\vec{k}, \omega)$  з полем розсіяної хвилі  $\vec{E}^1(\vec{k}, \omega)$ . Інтенсивність розсіяння (трансформації) хвиль характеризується перерізом розсіяння (трансформації), який можна записати у вигляді [6]:

$$\Sigma = \frac{\bar{P}}{VS_0}. \quad (3)$$

Тут  $\bar{P}$  – середній приріст енергії розсіяних (трансформованих) хвиль в одиницю часу,  $V$  – величина розсіюючого об'єму,  $S_0$  – густина потоку енергії падаючої хвилі  $S_0 = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega)} E^0$ , де  $\kappa_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k})$  – тензор діелектричної проникності кристалу,  $c$  – швидкість світла.

Усереднена розсіювана (трансформована) потужність дорівнює  $\bar{P} = -\int d\vec{r} \langle \vec{J}^1(\vec{r}, t) \vec{E}^1(\vec{r}, t) \rangle =$   $-(2\pi)^{-5} \text{Re} \int d\vec{k} d\omega d\omega' \langle \vec{J}^1(\vec{k}, \omega) \vec{E}^{1*}(\vec{k}, \omega) \rangle \exp[-i(\omega' - \omega)t]$ . (4)

Виконуючи усереднення по періоду коливань падаючої хвилі, оскільки зміна проходить за час, багато менший за  $(\omega_0)^{-1}$ , проводячи опісля інтегрування в (4), можна знайти величину диференціального перерізу (коефіцієнта) розсіяння у вигляді:

$$\begin{aligned} d\Sigma_{\text{tr}} &= \frac{d\bar{P}_{\text{tr}}}{VS_0} = \\ &= \frac{S_0^{-1} \omega^2}{16\pi^2 c^2} [\text{Re } \kappa_{\perp}(\vec{k}, \omega)]^{1/2} \langle |\vec{I}_{\perp}^{(-)}|_{\vec{k}, \omega, k_0}^2 \rangle d\omega d\omega', \end{aligned} \quad (5)$$

де  $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ , а величина  $\langle |\vec{I}_{\perp}^{(-)}|_{\vec{k}, \omega}^2 \rangle$  визначається через корелятор флуктуаційного поля:

$$\langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{\vec{k}, \omega} = \frac{8\pi^3 \omega}{\kappa_0 \gamma} \langle J_{\parallel}^{(0)2} \rangle_{\vec{k}, \omega} \delta(\omega^2 - \omega_n^2(k)). \quad (6)$$

Тут  $\omega_n(k)$  – власна частота поздовжніх коливань, а  $\gamma$  – декремент загасання,  $\kappa_0$  – діелектрична проникність кристала без врахування вкладу в неї вільних носіїв струму, зумовлена флуктуаційними полями  $\delta \vec{E}(\vec{r}, t)$ .

Не конкретизуючи функцію розподілу носіїв і закон дисперсії енергії, можна розрахувати величину розсіяного струму [7]:

$$\begin{aligned} I_{\alpha}^{(-)}(\vec{k}, \omega) &= \\ &= \frac{e_0^3}{\Delta\omega^{(-)\omega_0}} \int d\vec{p} f(\vec{p}) (\vec{E}^0 \frac{\partial}{\partial \vec{p}}) (\delta \vec{E} \frac{\partial}{\partial \vec{p}}) \frac{\partial \epsilon}{\partial p_{\alpha}} + \\ &+ \frac{e_0^3 n}{m^2 \omega^0 \Delta\omega^{(-)2}} \{ A(k_{\alpha}, \omega, \omega^0, k^0, \delta \vec{E}, \vec{E}^0) \}, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $\Delta\omega^{(\pm)} \equiv \omega \pm \omega^0$ ,  $n = \int f(\vec{p}) d\vec{p}$  – повна концентрація носіїв,  $m$  – ефективна маса носіїв, якщо закон дисперсії вибрано у вигляді  $\epsilon(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m} + \Delta\epsilon(\vec{p})$ .

В (7) другий член повністю відповідає випадку рівноважної плазми, тоді як перший зумовлений виключно наявністю нерівноважності плазми та непараболічністю закону дисперсії енергії носіїв. Зауважимо, що у випадку параболичного закону дисперсії енергії носіїв або відсутності розігріву носіїв цього складника немає, що свідчить про відсутність додаткової нелінійності в системі.

Подальший розрахунок потребує конкретизації закону дисперсії енергії  $\epsilon(\vec{p})$ . Для прикладу, розглянемо напівпровідник p-Ge, закон дисперсії енергії дірок в якому має вигляд [10]:

$$\epsilon(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m} + \frac{C^2}{8m_0 B^1 p^2} \sum_{\alpha} (p_{\alpha}^4 - \frac{1}{5} p^4), \quad (8)$$

де  $m^{-1} = (A - B^1) m_0^{-1}$ ,  $B^1 = (B^2 + 1/5 C^2)^{1/2}$ , а  $A, B, C$  – відомі сталі величини.

Вибираючи функцію розподілу носіїв у вигляді зсуненого максвелівського розподілу, можна розрахувати конкретно величину розсіяного струму і диференційський переріз розсіяння. Так, для випадку конфігурації векторів  $\vec{k}^0 \parallel \vec{k} \parallel \vec{F} \parallel \langle 011 \rangle$  і  $\vec{E}^0 \parallel \langle 100 \rangle$  матимемо:

$$d\Sigma_{\text{tr}}^{\langle 100 \rangle} = \frac{3\sigma_0}{16\pi^2} \left( \frac{\omega}{\omega^0} \right)^2 \sqrt{\frac{\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega)}{\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega^0)}} \left\{ \frac{e_0 n C^2 \rho R(\rho)}{20 B^1 (2mT)^{1/2} \Delta\omega} + \frac{e_0 n m_0 q}{m^2 (\Delta\omega)^2} \right\}^2 \langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{\vec{q}_1, \Delta\omega} d\omega d\omega', \quad (9)$$

де  $R(\rho) \approx \frac{8}{3} (1 - \frac{2}{33} \rho^2 - \dots)$  при  $\rho \equiv \frac{p^0}{\sqrt{2mT}} < 1$  (величини  $p^0$  і  $T$  знаходяться із законів збереження імпульса та енергії), а

$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e_0^2}{m_0 c^2} \right)^2 = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$  – томсонівське значення перерізу розсіяння хвиль на вільних електронах.

Аналіз двох складових у формулі (9) засвідчує, що при умові  $\rho < 1$  їх відношення (G) може бути



рівне:

$$G = \left| \frac{2 C^2 m}{15 B^1 m_0} \rho \frac{\Delta\omega}{qv} \right| \approx \left| 0,55\rho \frac{\Delta\omega}{qv} \right|. \quad (10)$$

Для розглядуваного випадку р-Ge легко реалізувати ситуацію, коли  $\frac{qv}{\Delta\omega} \approx 0,05$ . Тоді  $G \sim 10$ , а

отже, як слідує з (9), коефіцієнт розсіяння хвиль стає на два порядки більшим ніж у випадку рівноважної плазми ( $F = 0$ ).

Зазначимо, що така ж оцінка може бути проведена і для інших напівпровідникових матеріалів, зокрема, для напівпровідникових сполук  $A_3B_5$ . Цікаво, зазначити, що величина корелятора флуктуацій струму в (9) є пропорційною  $\delta[\omega^2 - \omega_p^2(k)]$ , тобто переріз розсіяння хвиль матиме  $\delta$ -та подібний вигляд на власних частотах системи. Так, оцінки дають, що в матеріалах  $A_3B_5$  залежність плазмової частоти  $\omega_p$  від величини розігріву носіїв

зовнішнім полем  $\tau \equiv \frac{T_c}{T_0}$  має вигляд [10]:

$$\omega_n(k) \approx \frac{\omega_p^2}{1 + 3g\tau}, \quad (11)$$

де  $g = \frac{T_0}{\epsilon_g}$ ,  $T_0$ ,  $T_c$  - в енергетичних одиницях.

При подвоєній температурі носіїв ( $\tau=2$ ) легко можна оцінити таку величину  $\left| \frac{\omega_n - \omega_p}{\omega_p} \right| \approx 0,3$ , що свідчить про суттєву можливість впливати на положення максимумів в спектрі частот.

Такі ж оцінки зонноструктурних ефектів в

процеси розсіяння хвиль в нерівноважній напівпровідниковій плазмі можна зробити і для інших напівпровідникових матеріалів, в яких закон дисперсії енергії відмінний від параболічного.

Таким чином, можемо зробити такі висновки, що в процесах розсіяння хвиль в нерівноважній плазмі відхилення закону дисперсії енергії  $\epsilon(\vec{p})$  від стандартного проявляється в двох відношеннях:

а) при наявності постійного електричного поля (гріючого носії) відхилення закону дисперсії енергії від параболічного виду приводить до польової залежності в частотах і декрементах загасання власних коливань плазми і через ці характеристики непараболічність закону дисперсії проявляється в явищах розсіяння хвиль. Саме це може спонукати анізотропний характер коефіцієнтів розсіяння хвиль, а при певних орієнтаціях електричного поля ефекти розсіяння хвиль можуть приймати аномально великі значення [11];

б) в нерівноважній плазмі з нестандартним законом дисперсії з'являються додаткові вклади до перерізу розсіяння хвиль, зумовлені додатковою нелінійністю середовища. За певних умов (цілком реальних для більшості напівпровідникових матеріалів), поява аномально великих перерізів розсіяння хвиль може бути покладена в основу створення твердотільних лазерів з керованою частотою променювання  $\omega^0 \pm \omega_n(F)$  [3,4].

**Шендеровський В.А.** – провідний науковий співробітник відділу теоретичної фізики, доктор фізико-математичних наук, професор.

[1] И.Л. Фабелинский // *УФН*, **168**(12), сс. 1341-1360 (1998).  
 [2] Б.Х. Байрамов, В.А. Войтенко, И.П. Ипатова // *УФН*, **163**(5), сс. 67-144 (1993).  
 [3] В.М. Порошин, О.В. Гайдар // *УФЖ*, **48**(5), сс. 411-415 (2003).  
 [4] V.N. Rogoshin, A.V. Gaydar // *Ukr. J. Phys.*, **49**(1), pp. 94-99 (2004).  
 [5] М.П. Томчук, В.А. Шендеровський // *ЖЭТФ*, **62**, сс. 1131-1143 (1972).  
 [6] Р.М. Tomchuk, V.A. Shenderovskii // *PSS*(b), **63**, pp. 709-718 (1974).  
 [7] В.А. Шендеровський // *ФТТ*, **15**(9), сс. 2718-2723 (1973).  
 [8] Ф. Платцман, П. Вольф. *Волны и взаимодействие в плазме твердого тела*. Пер. с англ. Мир, М. 436 с. (1975).  
 [9] П.М. Горлей, В.А. Шендеровський. *Вариационный метод в кинетической теории*. Наукова думка, К. 294 с. (1992).  
 [10] И.М. Дыкман, П.М. Томчук. *Явления переноса и флуктуации в полупроводниках*. Наукова думка, Киев. 320 с. (1981).  
 [11] М.П. Томчук, В.А. Шендеровський // *УФЖ*, **15**(4), сс. 632-640 (1970).

V.A. Shenderovs'kyj

## **Band-Structure Mechanism in Wave Scattering Processes in Non-Equilibrium Semiconductor Plasma**

*Institute of Physics of NAS of Ukraine 46, Prospect Nauky, UA-03028, Kiev-28, Ukraine, e-mail: schender@iop.kiev.ua*

An effect is investigated of the energy band non-parabolicity on the scattering and transformation processes of electromagnetic waves on fluctuations in the non-equilibrium semiconductor plasma. It is shown that the deviation of the carrier energy dispersion law from the isotropic parabolic one in a high electric field to a new mechanism of the light scattering which does not occur in the equilibrium plasma. The cross section of the electromagnetic waves scattering and transformation on fluctuations in the non-equilibrium semiconductor plasma essentially depends on the energy band shape and magnitude and orientation of the external electric field.