

А.П. Олійник, Х.В. Мартинюк, І.М. Гураль

Оцінка впливу точності вимірювання переміщень точок поверхні на результати математичного моделювання напружено-деформованого стану трубопроводів

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, 76019, Карпатська 15, Івано-Франківськ, Україна, тел. 48000, E-mail: duol@il.if.ua

Запропоновано методику оцінки впливу точності вимірювання вхідних даних на результати моделювання напружено-деформованого стану ділянки магістрального трубопроводу, проведено розрахунок напружень для відомої задачі навантаження балки зосередженою силою, порівняння результатів для початкових даних вимірювань та згладжених початкових даних, виявлено добре узгодження результатів. Наведено висновки за результатами моделювання та можливі напрямки продовження досліджень.

Ключові слова: згладжування даних, напружено-деформований стан, точність, випадкові похибки, кореляція.

Стаття постуила до редакції 26.10.2005; прийнята до друку 15.02.2006.

Задача оцінки технічного стану магістральних трубопроводів тісно пов'язана з оцінкою напружено-деформованого стану досліджуваних об'єктів. Визначення деформацій та напружень проводиться для широкого класу методів, які використовують для кількісної оцінки деформацій та напружень ефект взаємодії фізичних полів різної природи [1]. В складних умовах експлуатації об'єктів доцільним є використання методів, які б, з однієї сторони, були б простими в реалізації, а з іншої – дозволяли б оцінювати деформації та напруження з достатнім для практичних потреб рівнем точності. Вказаним умовам задовольняє методика оцінки напружено-деформованого стану магістральних трубопроводів з використанням інформації про переміщення певної множини точок їх поверхні, яка дозволяє оцінювати шість компонентів тензора напружень [2]. Дані про переміщення точок поверхні визначаються різними способами (внутрішньотрубна інспекція, геодезичні вимірювання тощо). Виникає проблема оцінки впливу похибок вимірювання координат точок на результати оцінки напружено-деформованого стану трубопроводу. Методика оцінки напружено-деформованого стану за відомими переміщеннями точок поверхні базується на побудові параметричного подання ділянки магістрального трубопроводу у вигляді:

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t) = \vec{r}_e - R\vec{n}_e + \rho(s, \varphi, r, t)[\cos(\varpi(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{b}_e + \sin(\varpi(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{n}_e] + \psi(s, \varphi, r, t) \cdot \vec{\tau}_e \quad (1)$$

де s, φ, r, t – координати пов'язані з тілом локальної системи координат та момент часу, в який проводиться дослідження напружено-деформованого стану, $0 \leq s \leq L$, L – довжина ділянки; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$; $R_1 \leq r \leq R_2$, R_1, R_2 – відповідно зовнішній та внутрішній радіуси трубопроводу;

$\vec{r}_e; \vec{n}_e; \vec{b}_e; \vec{\tau}_e$ – радіус-вектор верхньої твірної трубопроводу, нормаль, бінормаль і дотична до твірної;

$\rho(s, \varphi, r, t), \varpi(s, \varphi, r, t), \psi(s, \varphi, r, t)$ – функції, що характеризують радіальні, кутові та повздовжні переміщення точок ділянки.

Використання подання (1) вимагає застосування інтерполяційних та апроксимаційних процедур для побудови вектора \vec{r}_e , а також способу задання або визначення функцій, що характеризують тривимірні деформації об'єкта. Для визначення цих функцій використовуються методи розв'язання варіаційних задач для функціоналів різного типу, які зводяться до задач мінімізації функції багатьох змінних [3]. Побудова вектора \vec{r}_e не вимагає значних обчислювальних зусиль, оскільки методики інтерполяції функцій за вузловими значеннями є відомими [4], проте виникає питання оцінки впливу похибок вимірювання координат на точність інтерполяції та, як наслідок, на оцінку напружено-

деформованого стану. Для вирішення вказаної задачі пропонується алгоритм, який базується на використанні відомих теоретичних результатів оцінки напружено-деформованого стану. Для балки на двох опорах, навантаженої зосередженою силою P , одна з яких є шарнірно рухомою, а інша - шарнірно нерухомою [5], якщо L – довжина прольоту між опорами; a – координати точки прикладення зосередженої сили P ; R_1 – реакція в шарнірно рухомій опорі при $x = L$; x – координата вздовж балки, то рівняння деформованої осі балки (якою моделюється трубопровід) записується у вигляді:

$$\begin{cases} E I u(x) = \frac{R_1}{6}(x-L)^3 - \frac{P}{6}(x-a)^3 + C_1 x + C_2, & x < a, \\ E I u(x) = \frac{R_1}{6}(x-L)^3 + C_3 x + C_4, & x > a, \end{cases} \quad (2)$$

де E – модуль Юнга матеріалу, з якого виготовлено трубопровід;

I – момент інерції січення.

Використовуючи умову неперервності лінії та її першої похідної по координаті x , можна записати систему рівнянь для визначення констант C_i , $i = 1, 2, 3, 4$:

$$\begin{cases} C_1 = C_3, \\ C_2 = C_4, \\ C_1 = -\frac{C_4}{L}, \\ C_2 = \frac{P a}{6}(L^2 - a^2). \end{cases} \quad (3)$$

За відомими координатами функції $u(x)$ в вузлових точках x_i :

$$y_i = u(x_i), \quad (4)$$

де x_i – точки розбиття ділянки по довжині, з використанням інтерполяційного кубічного сплайну та подання (1) для будь-якої точки трубопроводу обчислюються значення напружень σ_{ij} [3].

З метою моделювання похибки експериментальних вимірювань визначаються координати

$$\tilde{y}_i = y_i - \varepsilon(1-t) + \varepsilon t, \quad (5)$$

де y_i – обчислюються за формулами (2-4);

ε – рівень точності вимірювання координат;

$t \in [0;1]$ – випадкові числа, що генеруються на відрізьку $[0;1]$.

За відомими координатами (x_i, \tilde{y}_i) розраховуються компоненти тензора напружень σ_{ij} .

Для таблично заданої функції (x_i, \tilde{y}_i) використовується процедура згладжування за допомогою згладжуючого сплайну, який на відрізьку інтерполяції $[0; L]$ мінімізує функціонал [4]:

$$\Phi(u) = \int_0^L [u''(x)]^2 dx + \sum_{k=1}^N p_k [u(x_k) - \tilde{y}_k]^2, \quad (6)$$

причому, функція $u_0(x)$, яка мінімізує функціонал, повинна бути двічі неперервно диференційованою функцією, інтегрованою з квадратом. Ступінь згладжування даних визначається величиною додатних коефіцієнтів p_k , для визначення яких застосовується ітераційна процедура:

$$p_k^{(j+1)} = p_k^{(j)} \cdot \frac{|u^{(j)}(x_k) - \tilde{y}_k|}{\varepsilon}, \quad (7)$$

яка застосовується до тих пір, поки не починає виконуватись умова

$$\frac{|u^{(j)}(x_k) - \tilde{y}_k|}{\varepsilon} \rightarrow 1, \quad (8)$$

причому величина ε в формулах (5), (7) та (8) є однаковою. Після визначення функції $u_0(x)$, яка мінімізує (6), обчислюються значення цієї функції в вузлових точках x_i :

$$y_{zi} = u_0(x_i) \quad (9)$$

після чого за координатами (9) та поданням (1) визначаються компоненти тензора напружень σ_{ij} .

Напруження σ_{ijn} та σ_{ijz} визначаються з використанням методики [3]. З метою визначення ступеня кореляції між величинами σ_{ij} , σ_{ijn} , σ_{ijz} використовується формула для коефіцієнта кореляції

$$R_{xy} = \frac{N \sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha} y_{\alpha} - \sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha} \sum_{\alpha=1}^N y_{\alpha}}{\sqrt{(N \sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha}^2 - (\sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha})^2) (N \sum_{\alpha=1}^N y_{\alpha}^2 - (\sum_{\alpha=1}^N y_{\alpha})^2)}} \quad (10)$$

Порівнюючи величини σ_{ij} та σ_{ijz} , можна проаналізувати, в якій мірі згладжені дані про переміщення точок поверхні трубопроводу можна використовувати для оцінки напружень, що виникають в матеріалі трубопроводу.

За наведеним алгоритмом були проведені розрахунки для ділянки трубопроводу з параметрами: $L = 60\text{ м}$; $a = 40\text{ м}$; $E = 210000\text{ МПа}$; $I = 2102847,6\text{ см}^2$ для змінних значень навантаження P , за результатами яких можна зробити наступні висновки:

Методика оцінки напружено-деформованого стану трубопроводів з використанням даних про переміщення певної множини точок поверхні, застосована для оцінки напружено-деформованого стану модельної ділянки з навантаженням зосередженою силою P дозволяє одержати результати, які співпадають з відомими теоретичними результатами (рис. 1).

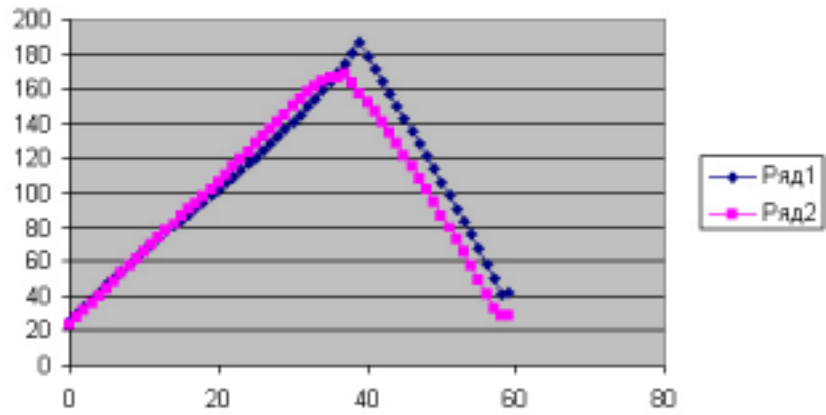


Рис. 1. Розподіл повздовжніх напружень (МПа, вісь OY), обчислений теоретично (ряд 1) та за результатами моделювання (ряд 2) по довжині балки (м, вісь OX).



Рис. 2. Взаємне розташування теоретичної та експериментально визначеної конфігурації осі балки.



Рис. 3. Вплив похибки вимірювання на результати моделювання напруженого стану за даними про переміщення без згладжування.

Використання даних про переміщення точок ділянки трубопроводу за умов, коли відомим є рівень точності вимірювання ϵ координат без попереднього згладжування даних може призвести до фізично неадекватних результатів (рис. 2, 3).

Після проведення згладжування даних про переміщення певної множини точок поверхні результати розрахунку напружень за цими даними σ_{ijz} добре узгоджуються з точними даними аналітичного розрахунку відповідних напружень σ_{ij} .

Для порівняння вибирались повздовжні напруження, оскільки модель (2), (3) дозволяє оцінювати тільки заданий клас напружень (рис. 1).

Встановлено рівень коефіцієнта кореляції між теоретичними значеннями напружень та розрахунковими значеннями за розробленою моделлю процесу деформування ділянки трубопроводу, який дозволяє використовувати її для оцінки напружень в діючих трубопроводах. Вказані рівні становлять: $R = 0,97$.

На точність одержаних результатів впливає також похибка округлення при розрахунку задачі на ЕОМ, зокрема, при побудові інтерполяційних кубічних сплайнів – рівень округлення результатів повинен забезпечувати врахування точності вимірювання результатів та можливої похибки вимірювання – в протилежному випадку порушується адекватність моделі реальній фізичній картині процесу.

Перевагою розробленої методики є те, що з її допомогою можна оцінювати не тільки осьові, але зсувні напруження.

Робота може набути свого продовження в плані аналізу впливу точності вимірювання координат на величину всіх компонент тензора напружень, для чого необхідно розглянути більш складні випадки навантаження тіл, а також розглянути можливість застосування методики для аналізу напружено-деформованого стану реальних ділянок магістральних трубопроводів.

- [1] С.А. Тимашев, И.Я. Яблонских Экспертная система оценки риска эксплуатации линейной части магистральных трубопроводов // VIII Международная деловая встреча «Диагностика-98», ИРЦ Газпром, сс. 156-161 (1998).
- [2] В.О. Чекурін, А.П. Олійник Некоректна задача відновлення напружено-деформованого стану криволінійних циліндричних тіл за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні. Крайові задачі термомеханіки // Зб. наук. пр. К.: Ін-т математики НАН України, ч. II. сс. 160-165 (1996).
- [3] А.П. Олійник Математичне моделювання процесу деформування ділянки трубопроводу з урахуванням зміни форми перерізу // Науковий вісник ІФНТУНГ, 3(9), сс. 153-156 (2004).
- [4] Г.И. Марчук *Методы вычислительной математики*. М.: Наука, 608 с. (1989).
- [5] Л.И. Седов *Механика сплошных сред*. М.: Наука, 2, 560 с. (1984).

A.P. Olijnyk, Kh.V. Martynyuk, I.M. Gural

The Surface Points Displacements Measuring Accuracy Influence Estimation on the Pipeline's Stress-Strained State Mathematical Modeling Results

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,
15, Karpatska Str., Ivano-Frankivsk, 76019, Ukraine*

The method of input data measuring accuracy influence estimation on the result of pipeline's part stress-stained state modeling is given, the calculation of the stresses for the well-known problem about the concentrated force loaded beam stressed state is made, the comparison of the results for the input data without smoothing and using one's is presented, the good agreement of the results was showed. The conclusions concerning the modeling results are stated, the possible directions of the future investigations are defined.