

Б.М. Рувінський¹, М.А. Рувінський²

Поглинання і підсилення гіперзвуку при непружних переходах електронів у прямокутному квантовому дроті

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
вул.Карпатська, 15, м.Івано-Франківськ, 76000, Україна,

²Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
вул.Шевченка, 57, м.Івано-Франківськ, 76000, Україна,
bruvinsky@gmail.com

Розраховано поглинання і з'ясовано можливість підсилення гіперзвуку вздовж осі прямокутного квантового дроту внаслідок непружних переходів між різними станами поперечного руху електронів. Визначено ту ступінь інверсної заселеності електронами двох різних найнижчих квантових "каналів", при якій підсилення звуку електронами вищого каналу переважає над його ослабленням в основному каналі. Показано, що при достатньо низьких температурах підсилення гіперзвуку в дроті є можливим навіть при відсутності інверсної заселеності. Чисельні результати наведено для дроту GaAs з поперечними розмірами: $28,3\text{Å} \times 56,6\text{Å}$, $50\text{Å} \times 150\text{Å}$, $50\text{Å} \times 200\text{Å}$, $100\text{Å} \times 200\text{Å}$.

Ключові слова: прямокутний квантовий дрот, гіперзвук, електронне поглинання і підсилення, непружні переходи.

Стаття поступила до редакції 28.08.2006; прийнята до друку 10.10.2006.

Вступ

В останні роки було виконано цілий ряд робіт, пов'язаних з вивченням взаємодії ультразвукових хвиль з різними видами елементарних збуджень у твердих тілах. Розвиток техніки експерименту привів до суттєвого збільшення частоти отриманих когерентних акустичних коливань – до $10^{11} \div 10^{13}$ Гц (високочастотні гіперзвукові хвилі). Дослідження закономірностей поширення пружних коливань таких високих частот мають важливе значення для фізики твердого тіла, і в теперішній час гіперзвукові методи [1-3] вже широко використовуються для вивчення різноманітних фізичних явищ у кристалах. Досягнення сучасних технологій зробили актуальним поширення гіперзвукових методів на мезоскопічні і наноструктурні матеріали [4]. Основні механізми поглинання гіперзвуку в моделі прямокутного квантового дроту розглядалися у попередніх роботах авторів [5-8]. У [8] було з'ясовано можливість підсилення гіперзвуку вздовж осі дроту внаслідок прикладеного в цьому напрямку електричного поля або утвореного градієнта температури, коли дрейфова швидкість електронів основного "каналу" перевищує швидкість звуку. При цьому квантово-розмірні ефекти в значній мірі визначають основні характеристики підсилення. Метою даної роботи є вивчення іншого механізму

електронного поглинання і підсилення гіперзвуку в прямокутному дроті, пов'язаного з міжканальними квантовими переходами, тобто з участю збуджених станів поперечного руху електронів дроту. Чисельні розрахунки проведено для дроту GaAs різних поперечних розмірів.

I. Міжканальні квантові переходи, поглинання і випромінювання гіперзвуку

Отримані в даній статті результати стосуються моделі [9] прямокутного дроту з вільною поверхнею і необмеженою довжиною в напрямку осі z , товщиною $2a$ вздовж осі x і шириною $2d$ в напрямку осі y (довжина дроту $L \gg 2a, 2d$ і $(d/a) \geq 2$). Початок координат обрано в площині xy , в геометричному центрі поперечного перерізу прямокутного дроту ($-a \leq x \leq a, -d \leq y \leq d$). В цій моделі існує система "ширинних" і "товщинних" гібридних акустичних мод обмежених фононів. "Ширинні" моди розташовані при нижчих енергіях, ніж "товщинні" моди, оскільки ширина є більшою за товщину розглянутих дротів. Обмежимося випадком поглинання найнижчої "ширинної" моди [7] гіперзвуку з частотою $\omega_\gamma = c_\gamma \gamma$, де γ – складова хвильового вектора в напрямку осі z дроту, c_γ –

фазова швидкість звуку. Рух електронів провідності в наближенні ефективної маси у квантовому дроті вважаємо [9] обмеженим в напрямках осей x і y потенціальною ямою з нескінченно високими стінками. Припускаємо, що електрон перебуває в основному стані при русі вздовж осі x і y довільному стані з квантовим числом n при русі вздовж осі z , тобто враховуємо лише найнижчі "ширинні" збудження (при $(d/a) \geq 2$). При цьому хвильова функція електрона

$$\Psi_{nk}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{adL}} \cos\left[\frac{\pi x}{2a}\right] \cos\left[\frac{\pi ny}{2d}\right] e^{ikz}, \quad (1)$$

де $n = 1, 3, 5, \dots$. Енергія електрона

$$E_{nk} = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad \varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{2d}\right)^2 \right], \quad (2)$$

m^* – ефективна маса, k – хвильовий вектор електрона провідності в напрямку осі z дроту, ε_n – енергія поперечного руху. Для високочастотного звуку поглинання можна розглядати як процес

$$\alpha_w = 4 \sqrt{\frac{\pi}{2}} E_a^2 \frac{\omega_\gamma^2 (m^*)^{1/2}}{\hbar |c_d^2 k_1|^2 \theta^{1/2} \rho |B_\gamma^{(w)}|} \sum_{m,n} \left[\Phi_{n,m} N_m - \Phi_{m,n} N_n \exp\left(-\frac{\hbar\omega_\gamma - \Delta_{mn}}{\theta}\right) \right] \exp\left\{ -\frac{m^*}{2\hbar^2 \gamma^2 \theta} \left[\frac{\hbar^2 \gamma^2}{2m^*} + \hbar\omega_\gamma - \Delta_{mn} \right]^2 \right\} \cdot 8,686 \text{ (дБ/см)}, \quad (3)$$

де E_a – константа деформаційного потенціалу, $\theta = k_B T$, ρ – густина маси дроту, c_d – швидкість поздовжнього звуку, $k_1 = \gamma[(c_\gamma/c_d)^2 - 1]^{1/2}$, $B_\gamma^{(w)}$ визначається форм. (Д1)-(Д4) роботи [6], $\Delta_{mn} = \varepsilon_m - \varepsilon_n$, N_m і N_n – об'ємні концентрації електронів провідності у "каналах" m і n дроту

абсорбції електронами обмежених акустичних фонів гіперзвуку, який поширюється вздовж осі z з хвильовим вектором γ . Це відповідає випадку, коли $\gamma \ell \gg 1$, де ℓ – середня довжина вільного пробігу електрона в напрямку осі дроту. Для найнижчої "ширинної" моди гіперзвуку і напрямку хвильового вектора $\gamma \parallel [001]$ поглинання зумовлене лише деформаційною електрон-фононою взаємодією [9] з екрануванням носіями заряду при врахуванні розмірного квантування електронів і фонів дроту [6].

При визначенні коефіцієнта α_w поглинання гіперзвуку врахуємо можливість квантових електронних переходів $|n, k\rangle \leftrightarrow |m, k'\rangle$, згідно (1), (2). Наведемо остаточний результат для поглинання найнижчої "ширинної" моди і випадку невідродженої статистики носіїв струму у напівпровідниковому квантовому дроті:

$$(m, n = 1, 3, 5, \dots), \quad N_n = N_m \exp\left(-\frac{\Delta_{nm}}{\theta}\right),$$

$$\Phi_{nm} = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \chi_\gamma^2 v_\gamma^{(m)}} \right)^2 | \langle n | \cos(k_1 y) | m \rangle |^2, \quad (4)$$

$$v_\gamma^{(m)} = 1 + \frac{\gamma^2}{2} \left[\frac{1}{(\pi/a)^2 + \gamma^2} + \frac{1}{(m\pi/d)^2 + \gamma^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(\pi/a)^2 + (m\pi/d)^2 + \gamma^2} \right], \quad (5)$$

χ_γ^2 знайдено в [5] (форм. (8)), матричний елемент в (4) визначено за хвильовими функціями поперечного руху електрона з енергіями ε_n і ε_m .

Розглянемо випадок квантового переходу лише між двома сусідніми найнижчими станами електрона $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ з $\Delta_{31} = \varepsilon_3 - \varepsilon_1 = (\hbar\pi)^2 / m^* d^2$. Із законів збереження випливає, що при $k_B T \ll \varepsilon_3$, $m^* c_\gamma^2 \ll 2\Delta_{31}$ поглинання і випромінювання гіперзвуку на цьому переході має квазірезонансний характер з максимумом при частотах

$$\omega_{31}^\pm \approx \omega_{0\gamma} \left(1 \pm \frac{\hbar\omega_{0\gamma}}{2\Delta_{31}} \right), \quad (6)$$

де верхній знак відповідає поглинанню, а нижній – випромінюванню),

$$\omega_{0\gamma} = (2m^* c_\gamma^2 \Delta_{31})^{1/2} / \hbar.$$

Величину максимального коефіцієнта підсилення найнижчої ширинної моди гіперзвуку на переході $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ можна оцінити за формулою:

$$|\alpha_{31}^-|_{\max} = -\alpha_{31}(\omega_{31}^-) \approx 4 \sqrt{\frac{\pi}{2}} E_a^2 \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \chi_\gamma^2 v_\gamma^{(3)}} \right)^2 \frac{\omega_\gamma^2 (m^*)^{1/2}}{\hbar |c_d^2 k_1|^2 \theta^{1/2} \rho |B_\gamma^{(w)}|} \frac{N_3}{\left| \frac{3\pi^2 k_1 d \sin(k_1 d)}{[\pi^2 - (k_1 d)^2][(2\pi)^2 - (k_1 d)^2]} \right|^2} \times$$

$$[1 - \exp(-2m^*c_\gamma^2/\theta)] \cdot 8,686 \text{ (дБ/см)}. \quad (7)$$

Розглянемо тепер умови того, що підсилення гіперзвуку на переході $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ переважає над ослабленням звуку на інших переходах. У найпростішому випадку, при існуванні лише двох

стабільних станів $|3\rangle$ і $|1\rangle$, умова ефективного підсилення звуку сумішно двох електронних станів $|3\rangle$ і $|1\rangle$ визначається трьома нерівностями:

$$\varepsilon_\gamma \equiv \frac{\hbar^2 \gamma^2}{2m^*} < \Delta_{31}, \quad \frac{\Phi_{33}}{\Phi_{11}} \frac{\text{sh}(\xi/2)}{\text{sh}(\xi\zeta)} \exp[\eta(\zeta - \frac{1}{2})] < 1, \quad (8)$$

$$\frac{N_3}{N_1} > \left[\frac{\Phi_{31}}{\Phi_{13}} \exp(-2\eta) \frac{\text{sh}\xi(\zeta+1)}{\text{sh}\xi\zeta} + \frac{\Phi_{11}}{\Phi_{13}} \frac{\text{sh}(\xi/2) \exp[\eta(\zeta-1/2)]}{\text{sh}\xi\zeta} \right] \left[1 - \frac{\Phi_{33}}{\Phi_{31}} \exp[\eta(\zeta - \frac{1}{2})] \frac{\text{sh}(\xi/2)}{\text{sh}\xi\zeta} \right]^{-1}, \quad (9)$$

де

$$\xi = \hbar\omega_\gamma/\theta, \quad \eta = (\Delta_{31}/2\theta), \quad \zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_{31}}{\varepsilon_\gamma} - 1 \right), \quad (10)$$

N_1, N_3 – концентрації електронів у розглянутих станах ("каналах" дроту) $|1\rangle$ і $|3\rangle$; вирази для відношень $\Phi_{33}/\Phi_{11}, \Phi_{31}/\Phi_{13}, \Phi_{11}/\Phi_{13}$ і Φ_{33}/Φ_{31} наведено у Додатку (форм. (Д1)-(Д4)), відмінність Φ_{nn} від Φ_{mn} пов'язана з урахуванням екранування носіями заряду електрон-фононої взаємодії у різних станах (див. форм. (4), (9)).

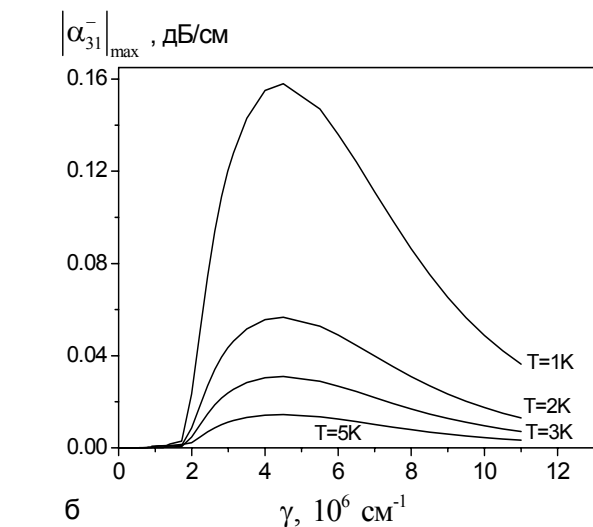
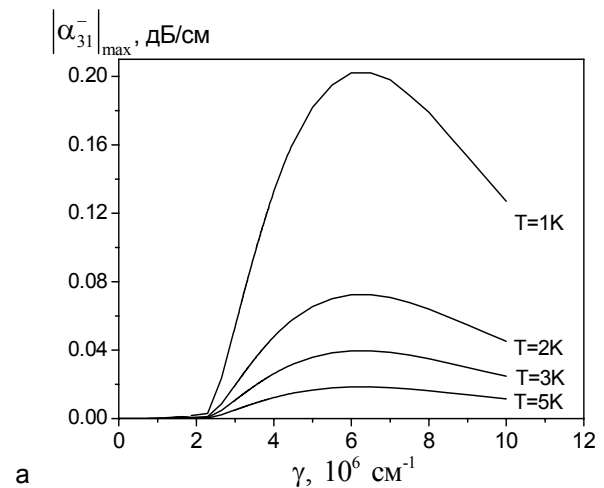
Перша нерівність в (8) забезпечує переважання випромінювання над поглинанням при переході $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$. Друга – забезпечує переважання підсилення на переході $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ над ослабленням звуку електронами у зоні $|3\rangle$ (усередині обох зон $|3\rangle$ і $|1\rangle$ припускається квазірівновага). В цілому перші дві нерівності визначають "дозволений" інтервал значень γ , в якому можливим є ефективне підсилювання. Третя нерівність (9) визначає ту ступінь інверсної заселеності, при якій підсилення звуку $|3\rangle$ - електронами переважає над його ослабленням $|1\rangle$ - електронами.

Отримати необхідну величину N_3/N_1 у дроті можна за допомогою збудження лазером, який на нанорівні звичайно використовується як джерело акустичних хвиль [4,10].

II. Підсилення гіперзвуку для прямокутного квантового дроту GaAs

Розглянемо можливості електронного механізму підсилення гіперзвуку найнижчої "ширинної" моди для випадку двохканальних переходів $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ у прямокутному квантовому дроті GaAs для невиродженої статистики носіїв струму. На рис. 1 а,б,в представлені розраховані, згідно (7), залежності величини максимального коефіцієнта підсилення гіперзвуку $|\alpha_{31}^-|_{\text{max}}$ від хвильового вектора γ при низьких температурах і різних

поперечних розмірах дроту для параметрів GaAs [11] ($N_3 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$). Отримані залежності у граничному випадку низьких температур при всіх поперечних розмірах дроту мають квазірезонансний



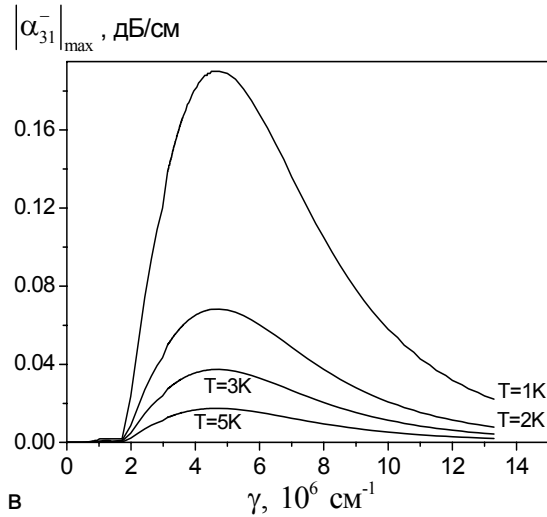


Рис. 1. Величина максимального коефіцієнта підсилення гіперзвуку найнижчої "ширинної" моди $|\alpha_{31}^-|_{\max}$ в залежності від γ при різних температурах, $N_3 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ у невідродженому напівпровідниковому дроті GaAs: а) $50\text{\AA} \times 150\text{\AA}$, б) $50\text{\AA} \times 200\text{\AA}$, в) $100\text{\AA} \times 200\text{\AA}$.

характер, причому величина максимумів зростає з пониженням температури, а положення максимумів зміщується у бік менших значень γ . Слід відзначити істотну залежність $|\alpha_{31}^-|_{\max}$ від поперечних розмірів дроту, що свідчить про визначальну роль квантово-розмірних ефектів при підсиленні гіперзвуку.

У табл. 1 наведено критичні значення електронної заселеності $(N_3/N_1)_{\text{cr}}$ двох каналів

дроту різних поперечних розмірів для деяких значень хвильового вектора γ гіперзвуку при температурі $T = 3\text{K}$ прямокутного дроту GaAs згідно (8)-(10) і (Д1)-(Д4). При $(N_3/N_1) > (N_3/N_1)_{\text{cr}}$ підсилення гіперзвуку на переході $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ переважає над ослабленням у двохканальній моделі дроту. З табл. 1 випливає, що при достатньо низьких температурах підсилення гіперзвуку частоти ω_{31}^- сумішню електронів двох каналів $|1\rangle$ і $|3\rangle$ є можливим навіть при відсутності інверсної заселеності, тобто при $N_3 < N_1$. Критичне значення заселеності $(N_3/N_1)_{\text{cr}}$ сильно залежить від хвильового вектора гіперзвуку γ , температури T і поперечних розмірів дроту (табл. 1).

Висновки

1. Показано, що механізм непружних переходів електронів може дати істотний внесок в поглинання і підсилення гіперзвуку в прямокутному квантовому дроті. При цьому квантово-розмірні ефекти визначають спектральні характеристики поширення гіперзвуку в невідродженому дроті.

2. Визначені умови ефективного підсилювання гіперзвуку для випадку моделі двохканального дроту GaAs можна реалізувати за допомогою лазерного збудження непружних електронних переходів і акустичних хвиль.

Рувінський Б.М. – к.ф.-м.н., доцент кафедри фізики новітніх технологій;

Рувінський М.А. – д.ф.-м.н., професор кафедри фізики і хімії твердого тіла.

Таблиця 1

Критичні значення електронної заселеності $(N_3/N_1)_{\text{cr}}$ для підсилення гіперзвуку при деяких γ і температурі $T=3\text{K}$ двохканального невідродженого дроту GaAs: а) $28,3\text{\AA} \times 56,6\text{\AA}$, б) $50\text{\AA} \times 150\text{\AA}$, в) $50\text{\AA} \times 200\text{\AA}$, г) $100\text{\AA} \times 200\text{\AA}$

	28,3Å×56,6Å	50Å×150Å	50Å×200Å	100Å×200Å
$\gamma, 10^6 \text{ см}^{-1}$	3,189	3,169	3,165	3,163
$(N_3/N_1)_{\text{cr}}$	0,200	0,271	0,509	1,011

Додаток

$$\frac{\Phi_{33}}{\Phi_{31}} = \left(\frac{\gamma^2 + \chi_\gamma^2 v_\gamma^{(1)}}{\gamma^2 + \chi_\gamma^2 v_\gamma^{(3)}} \right)^2 \cdot \frac{\Phi_{33}}{\Phi_{13}}, \quad (\text{Д1})$$

$$\frac{\Phi_{33}}{\Phi_{13}} = \left| \frac{3[\pi^2 - (k_1 d)^2][(2\pi)^2 - (k_1 d)^2]}{(k_1 d)^2[(3\pi)^2 - (k_1 d)^2]} \right|^2, \quad (\text{Д2})$$

$$\frac{\Phi_{31}}{\Phi_{13}} = \left(\frac{\gamma^2 + \chi_\gamma^2 v_\gamma^{(3)}}{\gamma^2 + \chi_\gamma^2 v_\gamma^{(1)}} \right)^2, \quad (\text{Д3})$$

$$\frac{\Phi_{11}}{\Phi_{13}} = \left| \frac{[(2\pi)^2 - (k_1 d)^2]}{3(k_1 d)^2} \right|^2 \cdot \frac{\Phi_{31}}{\Phi_{13}}, \quad (\text{Д4})$$

- [1] С.Г. Алексеев, Ю.В. Гуляев, И.М. Котелянский, Г.Д. Мансфельд. Некоторые тенденции развития акустоэлектроники сверхвысоких частот // *УФН*, **175**(8), сс. 895-900 (2005).
- [2] В.Л. Гуревич. *Кинетика фононных систем*. Наука, М. 400 с. (1980).
- [3] Дж. Такер, В. Рэмптон. *Гиперзвук в физике твердого тела*. Мир, М. 455 с. (1975).
- [4] Т. Hesjedal. Nanoacoustics-probing acoustic waves on nanoscale // *Proc. of SPIE*, **5045**, pp. 11-25 (2003).
- [5] М.А. Рувінський, Б.К. Остафійчук, Б.М. Рувінський. Електронне поглинання обмежених фононів гіперзвуку в прямокутному квантовому дроті // *Металлофиз. новейших технологий*, **27**(8). сс. 1075-1085 (2005).
- [6] Б.М. Рувінський, Б.К. Остафійчук, М.А. Рувінський. Поглинання гіперзвуку електронами в прямокутному квантовому дроті // *Фізика і хімія твердого тіла*, **5**(3), сс.463-473 (2004).
- [7] Б.М. Рувінський, М.А. Рувінський. Фононне поглинання гіперзвуку в прямокутному квантовому дроті // *Фізика і хімія твердого тіла*, **6**(1), сс. 20-27 (2005).
- [8] М.А. Рувінський, Б.М. Рувінський. Вплив електричного поля на поглинання і підсилення гіперзвуку в прямокутному квантовому дроті // *Фізика і хімія твердого тіла*, **7**(2), сс. 230-234 (2006).
- [9] SeGi Yu, K.W. Kim, M.A. Stroscio, G.F. Iafrate, A. Ballato. Electron-acoustic-phonon scattering rates in rectangular wires // *Phys.Rev.B.*, **50**(3), pp.1733-1738 (1994).
- [10] Н.В. Новіков, О.Г. Лисенко, М.О. Цисар, С.В. Шаповалов. Наноакустика – новий метод нанотехнологічних досліджень // *Нанорозмірні системи. Тези конференції*. НАН України, К., с. 392 (2004).
- [11] H. Bruus, K. Flensberg, H. Smith. Magnetoconductivity of quantum wires with elastic and inelastic scattering // *Phys. Rev. B.*, **48**(15), pp. 11144-11155 (1993).

В.М. Ruvinskii¹, М.А. Ruvinskii²

Attenuation and Amplification of Hypersound by Inelastic Transitions of Electrons in Rectangular Quantum Wire

¹*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15, Carpatska Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine,*

²*Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, 57 Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine
bruvinsky@gmail.com*

The attenuation of hypersound has been calculated and the possibility of hypersonic amplification along the axis of a rectangular quantum wire has been elucidated owing to the inelastic transitions between the different states of transverse electronic motion. The degree of inverse population by electrons of two different lowest quantum "channels" when the amplification of sound by electrons of higher channel has exceeded the weakening of sound in the basic channel has been determined. As shown, the hypersonic amplification at rather low temperatures of wire is even possible at absence of the inverse population. The numerical results have been presented for the GaAs wire with the cross-sectional dimensions: 28,3Å×56,6Å, 50Å×150Å, 50Å×200Å, 100Å×200Å.